



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دانشکده مهندسی هوافضا

رساله‌ی دکتری

در گرایش دینامیک پرواز و کنترل

عنوان:

توسعه الگوریتم شمالیابی دریایی

در

سامانه‌های ناوبری اینرسی بدون صفحه پایدار

با رویکرد غیرخطی

استاد راهنما:

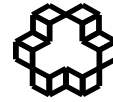
دکتر امیرعلی نیکخواه

دانشجو:

حسین رحیمی

شهریور ۱۳۹۹

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



تاسیس ۱۳۰۷

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

شماره:

تاریخ:

تأییدیه هیأت داوران

هیأت داوران پس از مطالعه پایان نامه و شرکت در جلسه دفاع از پایان نامه تهیه شده تحت

عنوان :

**" توسعه الگوریتم شمالیابی دریایی در سامانه‌های ناوبری اینرسی بدون صفحه پایدار
با رویکرد غیرخطی "**

توسط آقای حسین رحیمی ، صحت و کفایت تحقیق انجام شده را برای اخذ درجه

دکتری تخصصی رشته هوافضا گرایش دینامیک پرواز و کنترل در تاریخ ۱۳۹۹ / ۷ / ۱ مورد

تأیید قرار می‌دهند.

امضاء

آقای دکتر امیرعلی نیکخواه

۱- استاد راهنمای اول

امضاء

آقای دکتر جعفر روشنی یان

۲- ممتحن داخلی

امضاء

آقای دکتر عبدالمجید خوشنود

۳- ممتحن داخلی

امضاء

آقای دکتر حسن سالاریه

۴- ممتحن خارجی

امضاء

آقای دکتر سید حسین ساداتی

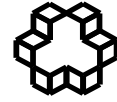
۵- ممتحن خارجی

امضاء

آقای دکتر مرتضی طایفی

۶- نماینده تحصیلات تکمیلی

دانشکده



تاسیس ۱۳۰۷

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

شماره:

اظهارنامه دانشجو

تاریخ:

اینجانب حسین رحیمی دانشجوی دکتری تخصصی رشته هوافضا گرایش

دینامیک پرواز و کنترل دانشکده هوافضا دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

گواهی می‌نمایم که تحقیقات ارائه شده در پایان‌نامه با عنوان

**" توسعه الگوریتم شمالیابی دریایی در سامانه‌های ناوبری اینرسی بدون صفحه پایدار
با رویکرد غیرخطی "**

با راهنمایی اساتید محترم جناب آقای دکتر امیرعلی نیکخواه ، توسط شخص اینجانب

انجام شده و صحت و اصالت مطالب نگارش شده در این پایان‌نامه مورد تأیید می‌باشد، و

در مورد استفاده از کار دیگر محققان به مرجع مورد استفاده اشاره شده است. بعلاوه گواهی

می‌نمایم که مطالب مندرج در پایان‌نامه تا کنون برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی

توسط اینجانب یا فرد دیگری در هیچ جا ارائه نشده است و در تدوین متن پایان‌نامه

چارچوب (فرمت) مصوب دانشگاه را بطور کامل رعایت کرده‌ام.

امضاء دانشجو:

تاریخ:



تاسیس ۱۳۰۷

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

حق طبع و نشر و مالکیت

نتایج

شماره:

تاریخ:

- ۱- حق چاپ و تکثیر این پایان نامه متعلق به نویسنده آن می باشد. هرگونه کپی برداری بصورت کل پایان نامه یا بخشی از آن تنها با موافقت نویسنده یا کتابخانه دانشکده هوافضا دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی مجاز می باشد.
ضمناً متن این صفحه نیز باید در نسخه تکثیر شده وجود داشته باشد.
- ۲- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی می باشد و بدون اجازه کتبی دانشگاه به شخص ثالث قابل واگذاری نیست.
همچنین استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مراجع مجاز نمی باشد.

* توجه:

این فرم می بایست پس از تکمیل، در نسخ تکثیر شده قرار داده شود.

تقدیر و مشکربی پایان خود را پیشکش استادانه‌های بزرگوارم،

جناب آقای دکتر نیکخواه

می‌نمایم که با نظرات، پیشنهادات، راه‌کارها و انتقادات خود موجب تعیین مسیر صحیح و

دستیابی به پیش‌کاملی در این پژوهش و بکارگیری آنها در ادامه زندگی پژوهشی ام گردید.

چکیده

در این رساله، به مسئله طراحی و توسعه یک الگوریتم توجیه اولیه جامع برای کاربردهای شمالیابی دریایی سامانه‌های ناوبری اینرسی بدون صفحه پایدار با توجه به شرایط محیطی دریا، پرداخته شده است. علی‌رغم اینکه مسئله شمالیابی دریایی در منابع مختلفی مورد بررسی قرار گرفته و روش‌های متعددی ارائه شده، لیکن وجود حل جامع، مورد اطمینان و قطعی که قابلیت پیاده‌سازی و عملیاتی شدن داشته و تمامی محدودیت‌های موجود و شرایط محیطی متفاوت دریا را برآورده سازد همیشه با چالش‌های جدی همراه بوده است. در پژوهش حاضر، شمالیابی دریایی برای شرایط متفاوت محیطی بر مبنای حداقل نمودن زمان شمالیابی و میزان خطا، مورد نظر بوده است. به دلیل تحریک همیشگی سنسورها در شرایط دریا و همچنین به منظور استفاده حداکثری از دقت سنسورها، در ابتدا مسئله کالیبراسیون مد نظر قرار گرفته و یک فرایند کالیبراسیون غیر وابسته به دقت میز برای کاربردهای ناوبری دریایی ارائه گردیده است. در ادامه روشی برای توجیه اولیه غیردقیق بر مبنای برازش دایره حرکت شتاب جاذبه در دستگاه اینرسی ارائه شده است. در روش پیشنهادی مستقیماً و از روی معادله پارامتری دوایر، توجیه اولیه غیردقیق انجام می‌گیرد. در توجیه اولیه دقیق، به منظور افزایش سرعت همگرایی، روش فیدبک سیگنال کنترلی سرعت بر مبنای روش‌های سنتی شمالیابی برای استفاده در فیلتر کالمن، توسعه داده شده است. به منظور بهبود عملکرد در شرایط متفاوت دریا در فیلترهای غیرخطی، فیلتر کالمن بی‌بو با تنظیم ضرائب برای کاربرد شمالیابی دریایی بر مبنای سنسورهای اینرسی ارائه گردیده است. در روش پیشنهادی به دلیل قابل تنظیم بودن بهره فیلتر بر مبنای شرایط دریا، عملکرد الگوریتم نسبت به روش‌های معمول در شرایط مختلف دریا بهبود یافته است. به منظور افزایش سرعت همگرایی، روشی بر مبنای استفاده چندباره از داده‌ها ارائه گردیده است. روش پیشنهادی بهبود مناسبی در سرعت همگرایی ایجاد می‌کند اما به دلیل نیاز به ذخیره‌سازی داده‌ها، از نظر پیاده‌سازی دچار مشکل است. در نهایت بر اساس تجربیات کسب‌شده در طی این پژوهش، روش توجیه اولیه غیرخطی مقید بر مبنای توسعه غیرخطی معادلات خطای ناوبری ارائه شده است. روش پیشنهادی از دقت و سرعت مناسبی در همگرایی زاویه سمت برخوردار می‌باشد. همچنین علی‌رغم استفاده دسته‌ای از داده‌ها نیاز به فضای ذخیره‌سازی و حجم محاسبات زیادی ندارد.

کلمات کلیدی: ناوبری اینرسی، شمالیابی دریایی، مدل انتشار خطای ناوبری، توجیه اولیه، فیلتر غیرخطی.

فهرست

چکیده	أ
فهرست	ب
فهرست اشکال	ز
فهرست جداول	ط
علائم و اختصارات	ی
فصل اول: مقدمه	۱
۱-۱- مقدمه و ادبیات موضوع	۱
۲-۱- حدود دقت و زمان شماليابی	۲
۳-۱- طرح موضوع	۳
۴-۱- چالش‌ها و محدودیت‌های پیش رو	۴
۵-۱- فرضیات مسئله	۵
۶-۱- ساختار پیشنهادیه	۵
فصل دوم: مروری بر تحقیقات انجام شده	۷
۱-۲- مقدمه	۷
۲-۲- فرایندهای کالیبراسیون سامانه های اندازه گیری اینرسی	۷
۳-۲- روش‌های توجیه اولیه غیردقیق	۸
۱-۳-۲- روش معمول توجیه اولیه غیر دقیق در حالت سکون	۹
۲-۳-۲- روش بردار دوگانه توجیه اولیه غیر دقیق	۱۰
۳-۳-۲- روش حل مسئله وهبا در توجیه اولیه غیر دقیق	۱۱
۴-۳-۲- توجیه اولیه غیر دقیق با عملیات برداری	۱۳
۵-۳-۲- فیلتر پایین‌گذر در توجیه اولیه غیر دقیق	۱۴

- ۴-۲- روش‌های توجیه اولیه دقیق ۱۴
- ۱-۴-۲- روش سنتی شمالیابی ۱۵
- ۲-۴-۲- معادلات انتشار خطای ناوبری ۱۵
- ۳-۴-۲- فیلترها در توجیه اولیه دقیق ۱۶
- ۵-۲- کاهش زمان توجیه اولیه سامانه های ناوبری اینرسی در دریا ۱۷
- ۶-۲- توجیه اولیه سامانه ناوبری با تلفیق با اطلاعات خارجی ۱۸
- ۱-۶-۲- توجیه اولیه سامانه ناوبری به کمک GPS ۱۹
- ۲-۶-۲- ترازپایی سامانه ناوبری اینرسی در حال حرکت به کمک سرعت سنج ۲۰
- ۷-۲- جمع بندی مرور مراجع ۲۱
- فصل سوم: بهبود فرایند کالیبراسیون سامانه های اندازه گیری اینرسی در کاربردهای شمالیابی ۲۳
- ۱-۳- مقدمه ۲۳
- ۲-۳- رابطه کالیبراسیون سامانه اندازه گیری اینرسی ۲۵
- ۳-۳- مدل خطای مورد استفاده ۲۸
- ۴-۳- مقادیر اندازه گیری ۳۱
- ۵-۳- فرایند کالیبراسیون ۳۱
- ۶-۳- محاسبه پارامترها ۳۳
- ۷-۳- ارزیابی الگوریتم ۳۳
- ۸-۳- جمع بندی ۳۹
- فصل چهارم: توجیه اولیه دقیق بر مبنای تلفیق روش سنتی و فیلترکالمن ۴۰
- ۱-۴- مقدمه ۴۰
- ۲-۴- روش سنتی شمالیابی ۴۰
- ۳-۴- مدل انتشار خطای ناوبری ۴۱
- ۴-۴- فیلتر کالمن با سیگنال کنترلی ۴۲

- ۴-۵- مدل فضای حالت ۴۲
- ۴-۶- اندازه گیری ها ۴۳
- ۴-۷- شبیه سازی ۴۴
- ۴-۸- جمع بندی ۴۷
- فصل پنجم: توجیه اولیه دقیق بر مبنای فیلتر کالمن غیرخطی بی بو با تنظیم ضرائب ۴۸
- ۵-۱- مقدمه ۴۸
- ۵-۲- مدل غیر خطی خطای سامانه ناوبری اینرسی بر مبنای زوایای اوپلر ۴۹
- ۵-۲-۱- مدل غیرخطی انتشار خطا ۴۹
- ۵-۲-۲- مدل اندازه گیری ۵۰
- ۵-۳- فیلتر کالمن بی بو ۵۱
- ۵-۳-۱- الگوریتم فیلتر کالمن بی بو ۵۱
- ۵-۴- فیلتر کالمن بی بوی تنظیم شونده ۵۳
- ۵-۵- ارزیابی الگوریتم ۵۵
- ۵-۶- جمع بندی ۵۶
- فصل ششم: توجیه اولیه دقیق بر مبنای تکرار استفاده از داده ها ۵۸
- ۶-۱- مقدمه ۵۸
- ۶-۲- نکاتی در مورد جبر کواترنین ها ۵۹
- ۶-۳- مدل انتشار خطای خطی شده ناوبری بر مبنای کواترنین ها ۶۰
- ۶-۴- توسعه مدل انتشار خطا ۶۲
- ۶-۵- سرعت در دستگاه اینرسی ۶۵
- ۶-۶- حداقل کردن مجموع مربعات خطای سرعت ۶۷
- ۶-۷- فرایند توجیه اولیه پیشنهادی ۶۸
- ۶-۸- ارزیابی الگوریتم ۶۹

- ۶-۸-۱- تست سکون ۷۰
- ۶-۸-۲- تست تغییر در زاویه سمت ۷۳
- ۶-۸-۳- تست در شرایط نوسانات دریا ۷۵
- ۶-۹- جمع بندی ۷۸
- فصل هفتم: توجیه اولیه دقیق غیرخطی مقید ۷۹
- ۷-۱- مقدمه: ۷۹
- ۷-۲- مدل انتشار خطای غیرخطی ناوبری بر مبنای کواترنین ها ۷۹
- ۷-۳- توسعه مدل غیرخطی خطا ۸۱
- ۷-۴- مقید سازی ۸۲
- ۷-۵- حداقل سازی خطای سرعت ۸۲
- ۷-۶- فرایند توجیه اولیه غیرخطی مقید پیشنهادی ۸۴
- ۷-۷- ارزیابی الگوریتم ۸۴
- ۷-۱- تست سکون ۸۵
- ۷-۲- تست تغییر در زاویه سمت ۸۷
- ۷-۳- تست در شرایط نوسانات دریا ۸۸
- ۷-۴- تست حساسیت الگوریتم به بایاس ژيروسکوپ ها ۸۹
- ۷-۸- جمع بندی ۹۱
- فصل هشتم: جمع بندی و ارائه پیشنهادات ۹۲
- ۸-۱- اهداف کلی ۹۲
- ۸-۲- جمع بندی دستاوردهای پژوهش ۹۲
- ۸-۳- راهکار مناسب پیشنهادی در مسئله توجیه اولیه در دریا ۹۴
- ۸-۴- پیشنهادات ۹۴
- مراجع ۹۵

- ضمیمه ۱: توجیه اولیه غیر دقیق بر مبنای برآزش دایروی ۱۰۲
- ض ۱-۱- مقدمه ۱۰۲
- ض ۱-۲- تعریف دستگاه های مختصات ۱۰۲
- ض ۱-۳- اصول توجیه اولیه بر مبنای حرکت جاذبه ۱۰۳
- ض ۱-۴- برآزش دایروی ۱۰۶
- ض ۱-۴-۱ یافتن صفحه شامل نقاط ۱۰۶
- ض ۱-۴-۲ انتقال صفحه شامل نقاط ۱۰۶
- ض ۱-۴-۳ تخمین معادله پارامتری دایره ۱۰۷
- ض ۱-۵- استخراج ماتریس کسینوس هادی ۱۱۰
- ض ۱-۶- شبیه سازی ۱۱۱
- ض ۱-۷- جمع بندی ۱۱۲
- ضمیمه ۲: مشخصات سامانه اندازه گیری اینرسی مورد استفاده ۱۱۴
- ضمیمه ۳: مدل تلاطم دریا ۱۱۵
- ضمیمه ۴: لیست مقالات ۱۱۷

فهرست اشکال

- شکل ۳-۱- مقدار خطای وضعیت با پارامترهای کالیبراسیون اولیه در انتهای ناوبری، برای سی داده ۳۴
- شکل ۳-۲- مقدار خطای سرعت با پارامترهای کالیبراسیون اولیه در انتهای ناوبری، برای سی داده ۳۵
- شکل ۳-۳- مقدار خطای وضعیت با پارامترهای کالیبراسیون اصلاحی در انتهای ناوبری ۳۵
- شکل ۳-۴- مقدار خطای سرعت با پارامترهای کالیبراسیون اصلاحی در انتهای ناوبری ۳۶
- شکل ۳-۵- منحنی همگرایی پارامتر اصلاحی بایاس شتاب سنج ها در بهبود کالیبراسیون ۳۶
- شکل ۳-۶- منحنی همگرایی پارامتر اصلاحی بایاس ژيروسکوپ ها در بهبود کالیبراسیون ۳۷
- شکل ۳-۷- منحنی همگرایی پارامتر اصلاحی اثر طول بازو در بهبود کالیبراسیون ۳۷
- شکل ۳-۸- منحنی خطای سرعت برای هزار ثانیه داده، قبل از جبران سازی پارامترهای کالیبراسیون ۳۸
- شکل ۳-۹- منحنی خطای سرعت برای هزار ثانیه داده، بعد از جبران سازی پارامترهای کالیبراسیون ۳۸
- شکل ۴-۱- ساختار فیدبک کنترلی سرعت روی فیلتر کالمن ۴۳
- شکل ۴-۲- تخمین سمت با استفاده از روش های معمول فیلتر کالمن و بدون استفاده از فیدبک سمت ۴۴
- شکل ۴-۳- خطای سمت با استفاده از روش های معمول فیلتر کالمن و بدون استفاده از فیدبک سمت ۴۵
- شکل ۴-۴- خطای زاویه فراز و غلت با روش معمول فیلتر کالمن و بدون استفاده از فیدبک سمت ۴۵
- شکل ۴-۵- تخمین زاویه سمت با استفاده از فیدبک خطای سمت ۴۶
- شکل ۴-۶- خطای زاویه سمت با استفاده از فیدبک خطای سمت ۴۶
- شکل ۴-۷- خطای زاویه فراز و غلت با استفاده از فیدبک خطای سمت ۴۶
- شکل ۵-۱- همگرایی زاویه سمت با الگوریتم فیلتر کالمن بی بو و فیلتر کالمن بی بوی تنظیمی ۵۵
- شکل ۵-۲- خطای زاویه سمت در تغییر مقادیر آستانه فیلتر کالمن بی بوی تنظیمی ۵۶
- شکل ۶-۱- اندازه خطای سرعت برای تمام لحظات بعد از ۱۵ بار اجرای الگوریتم تکرار داده ها ۷۰
- شکل ۶-۲- خطای سرعت در سه راستای دستگاه اینرسی، بعد از ۱۵ بار اجرای الگوریتم تکرار داده ها ۷۱
- شکل ۶-۳- اندازه خطای سرعت لحظه آخر (ثانیه ۱۸۰) با ۱۵ بار اجرای الگوریتم تکرار داده ها ۷۱
- شکل ۶-۴- خطای زاویه سمت در لحظه اولیه با ۱۵ بار اجرای الگوریتم تکرار داده ها ۷۲
- شکل ۶-۵- روند همگرایی زاویه سمت با استفاده از فیلتر کالمن برای ۱۸۰ ثانیه داده و در شرایط سکون ۷۲
- شکل ۶-۶- زاویه سمت در تست تغییر زاویه سمت روی میز ۷۳
- شکل ۶-۷- خطای سرعت در سه راستا، بعد از ۱۵ بار اجرای الگوریتم تکرار داده ها در حرکت مثلثی سمت ۷۳
- شکل ۶-۸- خطای زاویه سمت در لحظه اولیه با ۱۵ بار اجرای الگوریتم تکرار داده ها در تست حرکت مثلثی ۷۴
- شکل ۶-۹- تغییرات زاویه سمت با استفاده از الگوریتم فیلتر کالمن برای ۱۸۰ ثانیه و حرکت مثلثی سمت ۷۴
- شکل ۶-۱۰- تغییرات خطای زاویه سمت در الگوریتم فیلتر کالمن برای ۱۸۰ ثانیه و حرکت مثلثی سمت ۷۵
- شکل ۶-۱۱- داده های سنسورهای ژيروسکوپ در تست در شرایط نوسانات دریا ۷۵

- شکل ۶-۱۲- داده های سنسورهای شتاب سنج در تست در شرایط نوسانات دریا ۷۶
- شکل ۶-۱۳- خروجی زوایای اوپلر در تست در شرایط نوسانات دریا ۷۶
- شکل ۶-۱۴- خطای زاویه سمت با الگوریتم تکرار داده ها در تست در شرایط نوسانات دریا ۷۷
- شکل ۶-۱۵- خطای زاویه سمت با الگوریتم فیلتر کالمن توسعه یافته در تست در شرایط نوسانات دریا ۷۷
- شکل ۷-۱- همگرایی زاویه سمت در تست سکون، در الگوریتم غیرخطی مقید، برای خطاهای اولیه متفاوت ... ۸۵
- شکل ۷-۲- خطای نهایی سمت در تست سکون، در الگوریتم غیرخطی مقید، برای خطاهای اولیه متفاوت ۸۶
- شکل ۷-۳- خطای سرعت در تست سکون، در الگوریتم غیرخطی مقید، پس از اصلاح خطای اولیه ۸۶
- شکل ۷-۴- خطای سرعت در تست تغییر زاویه سمت، در روش غیرخطی مقید، پس از اصلاح خطای اولیه ۸۷
- شکل ۷-۵- روند همگرایی سمت، در الگوریتم غیرخطی مقید، در تست سمت متغیر با روش گوس- نیوتن ۸۷
- شکل ۷-۶- خطای سرعت در تست شرایط دریا با الگوریتم غیرخطی مقید، پس از اصلاح خطای اولیه ۸۸
- شکل ۷-۷- روند همگرایی سمت در تست شرایط دریا در الگوریتم غیرخطی مقید، با روش گوس- نیوتن ۸۸
- شکل ۷-۸- خطای نهایی سمت با شرایط نوسانات دریا در الگوریتم غیرخطی مقید با روش گوس- نیوتن ۸۹
- شکل ۷-۹- تست اثرپذیری الگوریتم از بایاس ژيروسکوپ ها در عرض جغرافیایی ۳۵ درجه. ۹۰
- شکل ۷-۱۰- خطای سمت در توجیه اولیه برای عرض های جغرافیایی و بایاس های متفاوت ژيروسکوپ ها ... ۹۰
- شکل ض ۱-۱- حرکت پارامتری بردار جاذبه در دستگاه اینرسی بر مبنای شرایط اولیه متفاوت ۱۰۴
- شکل ض ۱-۲- دوایر gi ، $gib0$ و $gib0$ انتقال داده شده ۱۰۷
- شکل ض ۱-۳- حرکت پارامتری جاذبه در دستگاه اینرسی ۱۰۸
- شکل ض ۱-۴- خطای زوایای اولیه در ۱۰۰ بار اجرای تست سکون بر مبنای الگوریتم برازش دایروی ۱۱۱
- شکل ض ۱-۵- خطای اولیه در ۱۵ بار اجرای تست حرکت زاویه ای بر مبنای الگوریتم برازش دایروی ۱۱۲

فهرست جداول

- جدول ۴-۱- داده های آماری خطای زوایای اولیه در صد بار اجرای تست سکون ۱۱۱
- جدول ۴-۲- داده های آماری خطای زوایای اولیه در صد بار اجرای تست حرکت زاویه ای ۱۱۲
- جدول ض ۱-۱- پارامترهای مدل سامانه اندازه گیری اینرسی ۱۱۴

علائم و اختصارات

INS	سامانه ناوبری اینرسی
$SINS$	سامانه ناوبری اینرسی بدون صفحه پایدار
IMU	واحد اندازه‌گیری اینرسی
L	عرض جغرافیایی
l	طول جغرافیایی
h	ارتفاع از سطح زمین
ψ	زاویه سمت
φ	زاویه غلت
θ	زاویه فراز
ω_{ie}	سرعت زاویه‌ای زمین نسبت به اینرسی
g	شتاب جاذبه زمین
C_b^n	ماتریس تبدیل از دستگاه بدنی به ناوبری
KF	فیلتر کالمن
EKF	فیلتر کالمن توسعه یافته
UKF	فیلتر کالمن بی‌بو
V_n	سرعت در راستای شمال
V_e	سرعت در راستای شرق
V_d	سرعت در راستای پایین

فصل اول: مقدمه

۱-۱- مقدمه و ادبیات موضوع

قطب‌نمای مغناطیسی^۱ وسیله نسبتاً ساده‌ای می‌باشد که بر اساس خواص آهنربای مغناطیسی ساخته شده و جهت قطب شمال مغناطیسی زمین را نشان می‌دهد. قطب‌چرخش‌نما یا قطب‌نمای ژيروسکوپ^۲ وسیله‌ای است که بر اساس خواص ژيروسکوپ‌ها بنا شده و جهت شمال جغرافیایی که همان محور چرخش وضعی زمین می‌باشد را نشان می‌دهد. در کاربردهای ناوبری، تعیین جهت شمال جغرافیایی از اهمیت و ضرورت زیادی برخوردار می‌باشد که در روی زمین توسط قطب چرخش‌نماها با دقت‌های بسیار خوبی قابل تعیین می‌باشد.

شمالیابی در حالت کلی بخشی از فرایند همراستاسازی اولیه^۳ در سامانه‌های ناوبری اینرسی^۴ می‌باشد. مفهوم اخیر عبارت از فرایند جهت‌یابی محورهای سیستم ناوبری اینرسی نسبت به دستگاه مختصات مرجع می‌باشد. اهمیت همراستاسازی سامانه ناوبری اینرسی در این است که دقت ناوبری در ادامه حرکت وسیله متحرک، کاملاً به آن وابسته است. شمالیابی یک سیستم اینرسی، مفهومی بسیار ساده و روشن دارد اما متضمن پیچیدگی‌هایی است که آن را فرایندی دشوار و زمان‌بر می‌سازد. در بسیاری از موارد لازم است سیستم ناوبری اینرسی طی مدت بسیار کوتاهی و به صورت دقیق شمالیابی شود. این امر به ویژه در بسیاری از کاربردهای نظامی، که دستیابی به عکس‌العمل بسیار سریع غالباً مستلزم وجود زمان بسیار کوتاهی است، اهمیت زیادی دارد.

شمالیابی با استفاده از روش‌های اینرسی توسط انواع خطاهای سیستماتیک و تصادفی از جمله اثرات مربوط به خطای حسگرهای اینرسی، خطای ناشی از تاخیر در انتقال داده‌ها، خطای گسسته‌سازی، اثرات ارتعاشی و سایر حرکات نامطلوب و غیر قابل اندازه‌گیری محدود می‌شود. توجیه اولیه سامانه‌های

^۱ Magnetic compass

^۲ Gyro compass

^۳ Initial Alignment

^۴ Inertial Navigation System(INS)

ناوبری در سطح دریا یکی از مسائل دشوار ناوبری اینرسی بدون صفحه پایدار^۱ می باشد [۱]. در روش های مرسوم، از اطلاعات سرعت زاویه ای و بردار جاذبه زمین برای محاسبه تنظیمات اولیه، استفاده می گردد. در شرایطی که کشتی دارای نوسان ناشی از امواج دریا می باشد، خروجی ژيروسکوپ ها نسبت به حالت سکون، دارای اغتشاش شده و استخراج سرعت زاویه ای زمین در این حالت دشوار می گردد. به همین دلیل، روش های معمول برای حالتی که اغتشاشات بیرونی زیاد باشد، مناسب نیست. در این شرایط استفاده از اطلاعات جاذبه در دستگاه اینرسی، وضعیت را از نظر زمان و دقت، بهبود می بخشد. در حالت کلی الگوریتم های توجیه اولیه سامانه های ناوبری اینرسی در دریا شامل دو بخش اصلی می گردد [۲]. این بخش ها شامل، الگوریتم های توجیه اولیه غیر دقیق^۲ و الگوریتم های توجیه اولیه دقیق^۳ سامانه در دریا می باشد. در مسئله توجیه اولیه در دریا به دلیل غیر خطی بودن معادلات و خطای اولیه بزرگ در سمت^۴، معمولاً به منظور استفاده از روش های خطی سازی معادلات در فرایند توجیه اولیه دقیق، از تنظیم اولیه غیر دقیق قبل از فرایند دقیق استفاده می گردد. این عمل به منظور کاهش خطای اولیه ورودی به فرایند دقیق می باشد. معمولاً محدوده مجاز خطای سمت اولیه ورودی به الگوریتم خطی سازی شده دقیق تا پنج درجه در نظر گرفته می شود [۲]. در فرایند توجیه اولیه سامانه های ناوبری، در شرایطی که از معادلات غیر خطی و بدون خطی سازی استفاده گردد، می توان از فرایند توجیه اولیه غیر دقیق صرف نظر کرد. هرچه سمت اولیه ورودی به فرایند توجیه اولیه دقیق دارای خطای کمتری باشد زمان دستیابی به دقت مطلوب در سمت، کمتر می گردد.

۲-۱- حدود دقت و زمان شمالیابی

در مسئله شمالیابی در دریا با استفاده از سنسورهای اینرسی، دقت قابل دستیابی، به پارامترهای زیادی وابسته می باشد. از جمله این پارامترها، مشخصات سنسورهای اینرسی مورد استفاده می باشد که

^۱ Strapdown

^۲ Coarse alignment

^۳ Fine alignment

^۴ Heading

برای این پژوهش، پارامترهای مهم در ضمیمه ۱ مشخص گردیده است و فرض بر این است که جبران‌سازی‌های مربوط به کالیبراسیون به طور کامل روی سنسورها انجام گرفته‌است. پارامتر دیگر، زمان مورد نیاز به منظور دستیابی به دقت مطلوب می‌باشد. با افزایش زمان، معمولاً دقت به حالت حدی شرایط محیطی سکون نزدیک می‌گردد. پارامتر مهم دیگر میزان اغتشاشات وسیله، ناشی از شرایط محیطی دریا می‌باشد. دستیابی به دقت مطلوب، در شرایط متفاوت دریا مسئله مهمی می‌باشد. عدم رعایت این مسئله باعث گردیده که اکثر الگوریتم‌های ارائه شده در مراجع، تنها در شرایط خاصی دارای نتایج مطلوب بوده و قابلیت کاربردی نداشته باشند. اغتشاشات دریا در شرایط محیطی متفاوت و در وسائل دریایی مختلف، متفاوت می‌باشد و استفاده از یک فیلتر پایین گذر ثابت، معمولاً در همه شرایط، دارای جواب مطلوبی در حذف اغتشاشات نیست. در این حالت اگر مسئله حذف نویز ناشی از اغتشاشات مد نظر باشد شاید بهتر باشد که این حذف نویز همراه با شناسایی آن باشد. در این پژوهش، زمان مورد نظر به منظور دستیابی به دقت مطلوب حداکثر پنج دقیقه در نظر گرفته می‌شود. با توجه به این که مسئله مورد نظر ما برای حالتی می‌باشد که وسیله دریایی دارای جابجایی فیزیکی نیست، احتمالاً نسبت به حالتی که مجموعه بدون اغتشاشات دریایی می‌باشد، مشاهده‌پذیری پارامترهای ما دارای شرایط بهتری نخواهد بود. در نتیجه حداکثر دقت قابل دستیابی برابر دقت الگوریتم‌های حالت سکون می‌باشد. مدل تلاطم دریا به منظور ارزیابی اولیه و شبیه‌سازی‌ها مطابق ضمیمه ۲ می‌باشد. البته از داده‌های واقعی نیز به منظور ارزیابی الگوریتم‌ها استفاده شده است.

۱-۳- طرح موضوع

با فرض در اختیار داشتن یک سامانه ناوبری اینرسی شامل سه عدد شتاب‌سنج و سه عدد ژيروسکوپ که به صورت متعامد نسبت به هم نصب شده‌اند و همچنین الگوریتم محاسبات ناوبری، هدف دستیابی به الگوریتمی به منظور یافتن شمال جغرافیایی با استفاده از این سامانه سخت‌افزاری در شرایط دریا می‌باشد که دارای دقت مناسب در زمان محدود باشد. فرض بر این است که مجموعه در لنگرگاه بوده و از لحاظ موقعیت، جابجایی ندارد و متوسط سرعت آن صفر بوده و تنها تحت تاثیر امواج دریا

می‌باشد^۱ (در صورتی که مجموعه حرکت داشته باشد، فرض بر این است که موقعیت و سرعت آن از طریق اندازه‌گیری خارجی (با دقت چند متر و چند دهم متر بر ثانیه) مشخص می‌باشد). به منظور دستیابی به این هدف از روش‌های تحلیلی مربوط به توجیه اولیه غیر دقیق و روش‌های مربوط به توجیه اولیه دقیق استفاده خواهد شد.

۴-۱- چالش‌ها و محدودیت‌های پیش رو

به طور کلی، چالش‌ها و محدودیت‌هایی که پیش روی این رساله بوده است به صورت زیر خلاصه می‌شوند:

- عدم مشاهده‌پذیری کامل پارامترها
- عدم مشاهده‌پذیری کامل پارامترهای خطای سنسورها
- متغیر بودن شرایط دریا
- متغیر بودن فرکانس نوسانات دریا
- متغیر بودن دامنه نوسانات دریا
- پیچیده و غیرخطی بودن مسئله
- این موضوع می‌تواند باعث عدم همگرایی مسئله شده و یا پایداری مسئله را با چالش مواجه کند.
- کوچک بودن نسبت سیگنال به نویز متغیرهای مورد اندازه‌گیری
- به دلیل اغتشاشات ناشی از امواج در دریا، نسبت سیگنال به نویز متغیرهای مورد اندازه‌گیری به منظور شمالیابی بر مبنای سرعت زاویه‌ای زمین، کوچک می‌باشد. این موضوع سبب کندی همگرایی در کانال سمت می‌گردد.
- بزرگ بودن خطای سمت اولیه
- به دلیل بزرگ بودن خطای زاویه سمت اولیه، معمولاً استفاده از روش‌های خطی‌سازی به صورت مستقیم مقدور نمی‌باشد.

^۱ mooring

عدم دقت کافی کالیبراسیون

- به دلیل نوسانات همیشگی سامانه بر مبنای شرایط دریا و تحریک دائمی سامانه، روش‌های معمول در کالیبراسیون سامانه‌ها معمولاً جوابگوی دقت مورد نیاز نمی‌باشد.

۱-۵- فرضیات مسئله

- موضوع مورد نظر، توسعه یک الگوریتم توجیه اولیه سامانه ناوبری بدون صفحه پایدار با رویکرد غیرخطی در دریا می‌باشد.
- مدل انتشار خطای ناوبری برای کاربرد مورد نظر، توسعه داده می‌شود و از مدل‌های معمول که برای کاربردهای عمومی ناوبری می‌باشد، استفاده نخواهد شد.
- مشخصات کلی سنسورهای ناوبری مورد نظر، مطابق ضمیمه ۱ می‌باشد.
- مدل تلاطم دریا، به منظور شبیه‌سازی‌ها، مطابق ضمیمه ۲ می‌باشد.
- مسئله ما دستیابی به دقت مناسب در شرایط محیطی مختلف دریا می‌باشد و این شرایط طبق استانداردهای مربوط به مراجع دریایی می‌باشد.
- موقعیت سامانه به طریقی با خطای در حد چند متر مشخص است.
- توجیه اولیه در شرایط لنگرگاه انجام می‌گیرد و جابجایی فیزیکی وجود ندارد و هرگاه این جابجایی وجود داشته باشد اندازه سرعت در دستگاه بدنی توسط ابزاری با دقت در حد دهم متر بر ثانیه مشخص می‌باشد.

۱-۶- ساختار پیشنهادیه

ساختار پیشنهادیه در نه فصل ارائه شده است. در فصل اول بطور خلاصه، پس از ارائه مقدمه و ورود به مسئله شمالیابی در دریا، صورت مسئله مشخص و چالش‌ها و محدودیت‌های موجود در آن مورد بحث و بررسی قرار گرفت. در فصل دوم، مروری بر پژوهش‌های انجام شده در زمینه الگوریتم‌های توجیه اولیه سامانه‌های ناوبری در دریا انجام گرفته است. به دلیل تحریک همیشگی سنسورها در شرایط دریا، و همچنین دستیابی به حداکثر دقت از سنسورها، روش‌های معمول کالیبراسیون جوابگوی دقت مورد نیاز نمی‌باشند. در فصل سوم راهکاری برای کالیبراسیون سامانه‌های ناوبری دریایی بدون نیاز به میز

دقیق ارائه گردیده است. در فصل چهارم راه‌حلی در مورد توجیه اولیه غیردقیق بر مبنای برآزش دایره حرکت جاذبه در دستگاه اینرسی تشریح شده است. به منظور افزایش سرعت همگرایی در توجیه اولیه دقیق، در فصل پنجم مسئله تلفیق روش‌های سنتی شمالیابی با فیلتر کالمن بر مبنای فیدبک سیگنال کنترلی، ارائه شده است. به منظور ایجاد بهبود عملکرد در پاسخ‌دهی مناسب فیلترهای غیرخطی در شرایط مختلف دریا در فصل ششم توجیه اولیه بر مبنای فیلتر کالمن بی‌بو^۱ ارائه شده است. در فصل هفتم به منظور افزایش سرعت همگرایی، با توسعه مدل انتشار خطای ناوبری، راهکاری بر مبنای استفاده از تکرار داده، بدون نیاز به معادلات معکوس ناوبری، ارائه گردیده است. در فصل هشتم بر مبنای توسعه غیرخطی انتشار خطا در معادلات ناوبری برای کاربرد شمالیابی راهکار توجیه اولیه غیرخطی مقید ارائه گردیده است که جوابگوی سرعت، دقت و پاسخ‌دهی مناسب در شرایط مختلف دریا می‌باشد. در نهایت، به جمع‌بندی دستاوردهای پژوهش و پیشنهادهای برای پژوهش‌های آینده در فصل نهم پرداخته شده است. همچنین مراجع اصلی مرور شده، در آخر رساله لیست شده‌اند. در ضمیمه ۱ مشخصات دقتی سامانه ناوبری مورد استفاده بیان شده است و در ضمیمه ۲ مدل تلاطم دریا، مورد استفاده در شبیه‌سازی‌ها ارائه گردیده است.

فصل دوم: مروری بر تحقیقات انجام شده

۲-۱- مقدمه

در این فصل بطور خلاصه، مروری بر پژوهش‌های انجام شده در زمینه کالیبراسیون و توجیه اولیه سامانه‌های ناوبری اینرسی در دریا انجام گرفته است. این پژوهش‌ها شامل کالیبراسیون، توجیه اولیه غیر دقیق، توجیه اولیه دقیق، روش‌هایی در افزایش سرعت همگرایی و تلفیق با سنسورهای خارجی می‌باشند.

۲-۲- فرایندهای کالیبراسیون سامانه‌های اندازه‌گیری اینرسی

روش‌های کالیبراسیون سامانه‌های اندازه‌گیری اینرسی عموماً به دو دسته روش‌های متعارف تفکیکی^۱ و روش‌های مرتبه سیستمی^۲ تقسیم می‌شوند که هر کدام مزایا و معایب خاص خود را دارند. روش کالیبراسیون تفکیکی ساده‌تر بوده اما به شرایط تست سختگیرانه‌تر و تجهیزات بسیار دقیق نیاز دارد. در مقابل، روش کالیبراسیون سیستمی نیازی به تجهیزات بسیار دقیق نداشته و برای کاربردهای عملی نیز مناسب‌تر است. با این وجود، از معایب روش سیستمی می‌توان به وجود محاسبات پیچیده و خسته‌کننده، تحلیل مشاهده‌پذیری دشوار و زمان کالیبراسیون طولانی‌تر، به دلیل استفاده از فیلترهای متعارف تخمین خطا، اشاره کرد [۳]. در تمام مراجعی که موضوع آنها کالیبراسیون مرتبه سیستمی سامانه‌های اندازه‌گیری اینرسی می‌باشد، از مدل‌های دینامیک تصادفی و بر مبنای آن از فیلترهای تصادفی استفاده شده است [۳~۷]. اکثر آنها به دلیل اینکه پارامترهای کالیبراسیون، مقادیر ثابت و بدون دینامیک می‌باشند با مشکل مشاهده‌پذیری و همگرایی پارامترها مواجه می‌باشند. به دلیل مشاهده-پذیری پایین، نیاز است برای تعیین هر پارامتر کالیبراسیون، حرکت خاصی به سامانه اعمال نمود تا مشاهده‌پذیری آن پارامتر مناسب گردد. در مرجع [۳] روشی سیستمی بر مبنای فیلتر کالمن و با پنجاه و یک حالت در نظر گرفته شده است که این حالت‌ها شامل خطای موقعیت، سرعت، وضعیت و پارامترهای کالیبراسیون می‌باشند. مدل دینامیک در نظر گرفته شده در این مرجع، مدل خطای خطی

^۱ Separate

^۲ System grade

شده معمول ناوبری می‌باشد. اندازه‌گیری استفاده شده در آن تنها سرعت می‌باشد. برای پارامترهای کالیبراسیون، مدل دینامیک مقادیر ثابت در نظر گرفته شده است (مشتق برابر صفر) و به دلیل مشکل مشاهده پذیری پارامترها، حرکت‌های اعمالی به میز، خاص می‌باشند. در این مرجع تعریف محورهای سامانه اندازه‌گیری اینرسی انجام نگرفته است و امکان چرخش محورها نسبت به بدنه سامانه در طول فرآیند کالیبراسیون وجود دارد. در مرجع [۳] روشی برای کالیبراسیون سامانه‌های ناوبری با سنسورهای نوری بر مبنای استفاده از میزهای کالیبراسیون غیردقیق ارائه شده است. در این مرجع برای شتاب‌سنج محور X پارامترهای عدم تعامد در نظر گرفته نشده است و این محور به عنوان محور X سامانه در فرآیند کالیبراسیون در نظر گرفته شده است. در این مرجع از مدل خطی شده دینامیک خطای ناوبری در فیلتر کالمن، با استفاده از سرعت‌ها به عنوان اندازه‌گیری، استفاده شده است. همچنین در روش پیشنهادی این مرجع، از حرکات خاصی به منظور همگرایی مناسب استفاده شده است. در مرجع [۴] یک روش کالیبراسیون سیستمی برای دینامیک خاص یک سامانه ناوبری طراحی گردیده است که بر مبنای فیلتر کالمن توسعه یافته می‌باشد.

بر اساس بررسی‌های انجام شده، روش‌های متعارف تفکیکی کالیبراسیون دارای این مشکل می‌باشند که به میزهای بسیار دقیق نیاز دارند. روش‌های کالیبراسیون مرتبه سیستمی ارائه شده در مراجع مختلف، عموماً از فیلترهای تصادفی استفاده می‌کنند که به دلیل بدون دینامیک بودن پارامترهای کالیبراسیون، نتایج مطلوبی حاصل نمی‌گردد.

۲-۳- روش‌های توجیه اولیه غیردقیق

در مراجع مختلف [۸~۱۷] در حالت کلی دو روش برای محاسبه ماتریس شرایط اولیه در توجیه اولیه غیر دقیق، ارائه گردیده است، یکی استفاده از روش بردار دوگان^۱ و دیگری روش تخمین حداقل مربعات خطای وهبا^۲ می‌باشد. در روش بردار دوگان، از جفت بردارهای سرعت در دستگاه بدنی و انتگرال شتاب جاذبه در دستگاه اینرسی استفاده گردیده و محاسبات به صورت جبری انجام می‌گیرد. در روش

^۱ Dual vector

^۲ Wahba

و هب، تخمین حداقل مربعات خطا برای محاسبه کواترنین‌های تنظیم اولیه با حداقل واریانس در انطباق بردار سرعت دستگاه بدنی و انتگرال شتاب جاذبه در دستگاه اینرسی مورد استفاده قرار می‌گیرد. معمولاً همراه با این دو روش، از فیلترهای مختلف جهت هموارسازی و حذف اغتشاشات استفاده می‌گردد. روش شمالیابی غیردقیق عمدتاً مبتنی بر اندازه‌گیری تغییرات شتاب گرانشی برای تخمین زاویه سمت می‌باشد. مباحث گسترده‌ای بر روی ایده ترازیابی بر اساس مشاهده دریافت جاذبه صورت گرفته‌است [۱۸~۲۰].

۲-۳-۱- روش معمول توجیه اولیه غیر دقیق در حالت سکون

در روش معمول توجیه اولیه از بردار شتاب جاذبه و سرعت زاویه‌ای زمین برای محاسبه ماتریس شرایط اولیه، به صورت تحلیلی استفاده می‌گردد [۲۱]. در این روش، فرض بر این است که سامانه ناوبری به صورت ساکن و تحت ارتعاشات حداقلی می‌باشد. در این شرایط الگوریتم تنظیمات اولیه که شمالیابی نیز جزئی از آن می‌باشد، به صورت زیر است:

در دستگاه ناوبری، بردارهای شتاب جاذبه و سرعت زاویه‌ای زمین به صورت زیر می‌باشد:

$$g^n = [0 \quad 0 \quad g]^T \quad \omega_{ie}^n = [\omega_{ie} \cos L \quad 0 \quad -\omega_{ie} \sin L]^T \quad (2-1)$$

که در آن g شتاب جاذبه زمین می‌باشد که در نقاط مختلف، مقدار آن وابسته به عرض جغرافیایی و ارتفاع است. همچنین ω_{ie} سرعت زاویه‌ای زمین می‌باشد. بردار سومی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$E^n = g^n \times \omega_{ie}^n \quad (2-2)$$

حال سه بردار در دستگاه ناوبری داریم. این سه بردار را در دستگاه بدنی نیز تشکیل می‌دهیم. در دستگاه بدنی اندازه‌گیری‌های شتاب‌سنج‌ها وژیروسکوپ‌ها و ضرب خارجی آنها این سه بردار را تشکیل می‌دهند. سه بردار در دو دستگاه مشخص می‌باشند و بدین صورت ماتریس C_b^n یعنی تبدیل از دستگاه بدنی به ناوبری تعیین می‌گردد [۱۷, ۲۱]:

$$\begin{bmatrix} g^{nT} \\ \omega_{ie}^{nT} \\ E^{nT} \end{bmatrix} = C_b^n \begin{bmatrix} g^{bT} \\ \omega_{ie}^{bT} \\ E^{bT} \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

۲-۳-۲- روش بردار دوگانه توجیه اولیه غیر دقیق

روش معمول تنظیمات اولیه در شرایطی صادق است که سامانه ناوبری ساکن و یا تحت ارتعاشات محدود باشد. ولی در شرایط دریا که نوسانات شدید می باشد این روش کاربرد ندارد. به منظور کاربردهای تنظیم اولیه در دریا معمولاً از بردار جاذبه در دستگاه مرجع اینرسی استفاده می گردد [۲،۲۲]. الگوریتم این روش در حالت کلی به صورت زیر می باشد:

ماتریس تبدیل از دستگاه بدنی به ناوبری را می توان به صورت زیر تجزیه کرد:

$$C_b^n(t) = C_e^n C_i^e(t) C_{ib0}^i C_b^{ib0}(t) \quad (۲-۴)$$

که در آن $C_b^n(t)$ ماتریس تبدیل از دستگاه بدنی به ناوبری، C_e^n ماتریس تبدیل از دستگاه زمین به ناوبری، C_{ib0}^i ماتریس تبدیل از بدنه ثابت در اینرسی نسبت به فضای اینرسی (در یک لحظه منطبق فرض شده اند) و $C_b^{ib0}(t)$ ماتریس تبدیل از دستگاه بدنی به بدنه ثابت (که از طریق خروجی ژيروسکوپها محاسبه می گردد) می باشند.

روند محاسبه ماتریس های تجزیه شده به صورت زیر می باشد:

(۱) $C_b^{ib0}(t)$ از خروجی ژيروسکوپها محاسبه می گردد و در شروع فاز تنظیم اولیه، دستگاه بدنی

و دستگاه بدنه ثابت در اینرسی بر هم منطبق می باشند، یعنی: $C_b^{ib0}(t_0) = I$

این ماتریس با توجه به خروجی ژيروسکوپها در هر لحظه بروزرسانی می گردد:

$$\dot{C}_b^{ib0} = C_b^{ib0}(\omega_{ib0}^b \times) \quad (۲-۵)$$

(ω_{ib0}^b خروجی ژيروسکوپها می باشند).

(۲) C_e^n ماتریس تبدیل از دستگاه زمین ثابت به ناوبری می باشد که ماتریس ثابتی می باشد و بر

مبنای طول و عرض جغرافیایی بدست می آید:

$$C_e^n = \begin{bmatrix} -\sin L \cos l & -\sin l & -\cos L \cos l \\ -\sin L \sin l & \cos l & -\cos L \sin l \\ \cos l & 0 & -\sin l \end{bmatrix} \quad (۲-۶)$$

(۳) $C_i^e(t)$ ماتریس تبدیل از دستگاه اینرسی به دستگاه زمین می باشد که بر مبنای سرعت

زاویه ای زمین می باشد و در طول زمان مشخص است:

$$C_i^e(t) = \begin{bmatrix} \cos \omega_{ie} t & -\sin \omega_{ie} t & 0 \\ \sin \omega_{ie} t & \cos \omega_{ie} t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۲-۷)$$

(۴) محاسبه ماتریس C_{ib0}^i از طریق بردار دوگانه به صورتی که در ادامه بیان می‌گردد، انجام می‌گیرد:

در این روش، دو بردار غیر همراستا در دو زمان t_{k1} و t_{k2} را انتخاب می‌کنیم. اختلاف زمانی بین این دو بردار را به گونه‌ای بزرگ انتخاب می‌کنیم که بردارها غیر همراستا گردند. حال سرعت در دستگاه بدنی را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{V}^{ib0} = \int_{t_{k0}}^{tk1} \vec{f}^{ib0} dt = \int_{t_{k0}}^{tk1} C_b^{ib0} \vec{f}^b dt \quad (۲-۸)$$

که \vec{f}^b خروجی شتابسنج‌ها می‌باشد. بردار شتاب جاذبه در دستگاه ناوبری به صورت مقابل می‌باشد:

$$g^n = [0 \quad 0 \quad g]^T \quad (۲-۹)$$

با استفاده از ماتریسهای تبدیل داریم:

$$g^i = C_e^i C_n^e g^n \quad (۲-۱۰)$$

حال با انتگرالگیری برای بازه زمانی Δt سرعت در دستگاه اینرسی بدست می‌آید. در ادامه این بردارها در دستگاه‌های متفاوت را برای هر دو زمان t_{k1} و t_{k2} محاسبه می‌کنیم. به منظور بدست آوردن ماتریس تبدیل به سه بردار نیاز داریم که بردار سوم را از ضرب خارجی این دو بردار در دو دستگاه محاسبه می‌کنیم. در نتیجه با داشتن سه بردار در دو دستگاه ماتریس تبدیل مورد نظر بدست می‌آید.

$$C_i^{ib0} = \begin{bmatrix} V_{t_{k1}}^i & T \\ V_{t_{k2}}^i & T \\ [V_{t_{k1}}^i \times V_{t_{k2}}^i]^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_{t_{k1}}^{ib0T} \\ V_{t_{k2}}^{ib0T} \\ [V_{t_{k1}}^{ib0} \times V_{t_{k2}}^{ib0}]^T \end{bmatrix} \quad (۲-۱۱)$$

۲-۳-۳- روش حل مسئله وهبا در توجیه اولیه غیر دقیق

در این بخش، توجیه اولیه یک سامانه ناوبری برای کاربردهای دریایی با استفاده از روش بهینه وهبا ارائه می‌گردد. این روش توسط گریس وهبا^۱ در سال ۱۹۶۵ به منظور تخمین با حداقل مربعات خطا در وضعیت وسیله، مورد استفاده قرار گرفت [۲۳]. این روش برای تعیین وضعیت ماهواره‌ها مورد

^۱ Grace wahba

استفاده قرار می‌گیرد [۲۳]. در سال ۲۰۱۱ ایده استفاده از روش وهبا برای توجیه اولیه سامانه‌های ناوبری را مطرح شد [۲۴]. در روش بردار دوگانه با استفاده از محاسبات جبری، ماتریس تبدیل استخراج گردید اما در این روش از تخمین با حداقل مربعات خطا برای محاسبه ماتریس تبدیل استفاده می‌گردد. در روش وهبا می‌توانیم از کواترنین‌ها برای مشخص کردن وضعیت استفاده کنیم. کواترنین‌های وضعیت را می‌توان به سه کواترنین تجزیه کرد: کواترنین توجیه اولیه، کواترنین سرعت زاویه‌ای زمین و کواترنین چرخش نسبت به اینرسی. در این حالت، کواترنین توجیه اولیه با استفاده از روش وهبا محاسبه می‌گردد. در این الگوریتم، دو دستگاه اینرسی ثابت مورد استفاده قرار می‌گیرد: دستگاه اینرسی بدنه ثابت و دستگاه اینرسی ناوبری ثابت. با استفاده از این دو دستگاه اینرسی ثابت، کواترنین وضعیت q_b^n را می‌توان به سه کواترنین زیر تجزیه کرد:

کواترنین چرخش نسبت به اینرسی (۲) کواترنین توجیه اولیه (۳) کواترنین سرعت زاویه‌ای زمین که در ادامه توضیح داده خواهند شد.

کواترنین چرخش نسبت به اینرسی q_{b0}^b که چرخش بدنه نسبت به بدنه ثابت را نشان می‌دهد و با استفاده از خروجی ژيروسکوپ‌ها به‌روز می‌گردد.

کواترنین توجیه اولیه q_{n0}^{b0} که تبدیل از دستگاه اینرسی ثابت ناوبری به دستگاه اینرسی ثابت بدنی را نشان می‌دهد. هر دوی این دستگاه‌ها نسبت به اینرسی ثابت می‌باشند و این تبدیل یک کواترنین ثابت دارد. این کواترنین با استفاده از روش وهبا و با حداقل کردن واریانس با استفاده از دو جفت بردار سرعت، محاسبه می‌گردد. یکی از بردارهای سرعت با انتگرالگیری از خروجی شتاب‌سنج‌ها به‌دست می‌آید و بردار سرعت دیگر از حرکت جاذبه در دستگاه اینرسی که مشخص می‌باشد، بدست می‌آید. کواترنین سرعت زاویه‌ای زمین q_n^{n0} انتقال از دستگاه ناوبری به دستگاه ناوبری ثابت شده در اینرسی را نشان می‌دهد و تابعی از سرعت زاویه‌ای زمین می‌باشد.

مسئله وهبا یک حداقل مربعات وزن‌دار می‌باشد و برای محاسبه کواترنین‌های اولیه در توجیه سامانه‌های ناوبری مورد استفاده قرار گرفته و به صورت زیر است:

یک دسته m تایی نقاط را در نظر بگیرید:

$$\{v_1, v_2, \dots, v_m\} \text{ and } \{w_1, w_2, \dots, w_m\} \quad m \geq 2 \quad (2-12)$$

که v_i نقاط در دستگاه اول و w_i نقاط در دستگاه دوم می‌باشند. می‌خواهیم یک ماتریس تبدیل از دسته اول به دسته دوم را از طریق حداقل مربعات خطا بیابیم. ماتریس تبدیل R را به گونه‌ای می‌یابیم که تابع خطای وزن دار زیر را حداقل کند:

$$err^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m a_i \|Rv_i - w_i\|^2 \quad (2-13)$$

که در آن a_i وزن غیر منفی، v_i و w_i نیز بردار می‌باشند.

برای مسئله ما، دو دسته بردار مورد نظر، سرعت در دستگاه بدنی Δv_i^{b0} و بردار سرعت در دستگاه ناوبری Δv_i^{n0} می‌باشد. می‌توان وزن‌ها را برابر واحد در نظر گرفت و داریم:

$$\begin{aligned} v_i &= \Delta v_i^{b0} \\ w_i &= \Delta v_i^{n0} \\ R &= C_{b0}^{n0} \end{aligned} \quad (2-14)$$

روش‌های زیادی برای حل این مسئله حداقل مربعات خطای وزندار وجود دارد. تعدادی از این روش‌های مرسوم عبارتند از: روش کیو داونپورت^۱، روش تخمینگر کواترنین^۲، روش مقادیر ویژه^۳، روش ماتریس تعیین وضعیت بهینه سریع^۴ و روش تخمین بهینه کواترنین^۵ [۲۵]. روش کیو داونپورت یکی از روش‌های مناسب برای حل مسئله وهبا می‌باشد. این روش از نظر محاسباتی پایدار بوده و حالت تکین ایجاد نمی‌کند. در این روش از کواترنین مشخص کننده وضعیت استفاده می‌گردد [۲۵].

۲-۳-۴- توجیه اولیه غیر دقیق با عملیات برداری

روش توجیه اولیه با عملیات برداری بر اساس رابطه هندسی بین بردارهای حرکت در لحظات مختلف می‌باشد. در این روش ماتریس وضعیت بین مختصات اینرسی و مختصات ناوبری از طریق عملیات برداری حاصل می‌شود و سپس وضعیت بین مختصات بدنی و مختصات ناوبری مشخص

^۱ Davenport's Q method

^۲ Quaternion estimator method (QUEST)

^۳ Singular value decomposition method (SVD)

^۴ Fast optimal attitude matrix method (FOAM)

^۵ Estimator of the optimal quaternion method (ESOQ)

می‌گردد. در این روش نیز دقت توجیه اولیه تحت تاثیر نویز اندازه‌گیری است. دامنه نویز وقتی که بردارها از هم کم می‌شوند افزایش پیدا می‌کند. در برخی از مقالات، از فیلتر پایین گذر برای داده‌های اندازه‌گیری شده استفاده شده و نتایج خوبی بدست آمده است [۱۵]. به هر حال پیدا کردن فیلتر پایین گذر برای تمامی محیط‌ها با نویزهای ترکیبی، کار بسیار مشکلی می‌باشد.

۲-۳-۵- فیلتر پایین‌گذر در توجیه اولیه غیر دقیق

برای طراحی فیلتر در مرجع [۱۵] پس از آنالیز داده‌های کشتی در شرایط لنگرگاه، مشخص شده است که شتاب‌های تصادفی ناشی از جریان آب و امواج دریا بزرگتر از $1/320$ هرتز می‌باشد. همچنین فرکانس دریافت آرام جاذبه خالص در مختصات اینرسی برابر:

$$\frac{1}{84600 - \frac{V_E}{2\pi R \cos L}} \text{ Hz} \quad (2-15)$$

می‌باشد. که V_E سرعت شرق در مختصات ناوبری و R شعاع زمین می‌باشند. از آنجا که سرعت شرق کشتی در مقایسه با شعاع زمین بسیار کوچک می‌باشد بنابراین از آن صرف‌نظر کرده و فرکانس آرام دریافت جاذبه را $1/84600$ هرتز در نظر می‌گیریم. بنابراین به یک فیلتر پایین‌گذر برای استخراج جاذبه خالص نیاز داریم. بر اساس تجربه مهندسی، برای طراحی فیلتر پایین‌گذر، از فیلتر FIR مرتبه ۴۸ استفاده شده است. چالش اصلی این روش همانطور که در مقاله اشاره شده است تاخیر ناشی از فیلتر می‌باشد. اگر مرتبه فیلتر را کاهش دهیم فیلتر دقیقی برای حذف نوسانات ناشی از باد و امواج بدست نمی‌آید.

۲-۴- روش‌های توجیه اولیه دقیق

عملکرد اصلی توجیه اولیه غیردقیق، محاسبه وضعیت اولیه با خطای کوچک برای استفاده در شرایط اولیه در توجیه اولیه دقیق می‌باشد. توجیه اولیه دقیق، مرحله‌ای می‌باشد که خطای وضعیت به صورت دقیق تخمین زده می‌شود [۲۶]. به منظور توجیه اولیه دقیق در دریا، یک روش سنتی شمالیابی نیز وجود دارد که برگرفته از روش‌های شمالیابی صفحه پایدار بوده و از طریق روابط کنترل کلاسیک انجام گرفته است [۲۷ و ۲۸]. در توجیه اولیه دقیق، مسئله اول مدل‌سازی مناسب معادلات انتشار خطای ناوبری می‌باشد.

۲-۴-۱- روش سنتی شمالیابی

این روش، مورد استفاده در صفحه پایدار می‌باشد و چندان در مراجع جدید برای کاربردهای بدون صفحه پایدار مد نظر نبوده است. کلیات این روش به این صورت می‌باشد که در آن از سه حلقه کنترلی به منظور تنظیم زوایای فراز، غلت و سمت استفاده گردیده است. دو حلقه کنترلی فراز و غلت بر مبنای خروجی شتاب‌سنج‌ها، فرامینی را برای موتورهای صفحه پایدار به منظور تراز کردن صفحه صادر می‌کنند و به صورت حلقه بسته، خروجی دو کانال شتاب‌سنج افقی را در مرحله اول با تراز کردن صفحه، صفر می‌کنند. در ادامه به دلیل وجود تصویر سرعت زاویه‌ای زمین روی ژيروسکوپ کانال شرق (به دلیل انحراف از شرق)، بر مبنای انتگرال‌گیری از شتاب‌سنج شمال، فرامینی به موتور کانال سمت ارسال می‌گردد. این چرخش زاویه سمت صفحه تا جایی ادامه می‌یابد که دیگر دریافتی روی شتاب‌سنج کانال شمال ایجاد نگردد و این به آن معنی است که ژيروسکوپ شرق در جهت شرق قرار گرفته و دیگر هیچ تصویری از سرعت زاویه‌ای زمین روی آن نمی‌افتد. البته ساختار کلی در صفحه پایدار دارای پیچیدگی‌هایی می‌باشد و در اینجا کلیات عملکرد بیان گردید. این فرایند به صورت عملکردی در ساختارهای بدون صفحه پایدار، با اندکی تغییر قابل استفاده می‌باشد. توضیحات کامل در این رابطه در مرجع [۲۸] و [۲۹] و به صورت مختصرتر در مرجع [۲۷] بیان شده است. این مراجع بر مبنای کنترل کلاسیک موضوع را بیان کرده‌اند.

۲-۴-۲- معادلات انتشار خطای ناوبری

معادلات توصیف کننده حرکت، در حالت معمول، معادلاتی غیرخطی و متغیر با زمان می‌باشند، همچنین، معادلاتی که ارتباط بین این حرکت و سامانه‌های کمک‌ناوبری را توصیف می‌کنند نیز معمولاً معادلاتی غیرخطی و متغیر با زمان می‌باشند. به منظور ساده‌سازی در پیاده‌سازی سامانه‌های ناوبری تلفیقی با فیلتر کالمن، در اکثر موارد، معادلات حالت ناوبری خطی‌سازی می‌گردد تا دینامیک معادلات خطای ناوبری پایه‌گذاری گردد. مراجع متفاوت، معادلات متفاوت و غیر واحدی را برای خطای ناوبری بیان کرده‌اند. تنوع انتخاب‌های موجود، مانع از توصیف یک مدل دینامیکی و اندازه‌گیری واحد برای استفاده در کاربردهای ناوبری تلفیقی گردیده‌است. در بعضی از مواقع، این اختلاف‌ها ناشی از چهارچوب‌های مرجع متفاوت برای ناوبری می‌باشد. در بعضی دیگر، این اختلاف‌ها ناشی از فرضیاتی

است که به منظور پیاده‌سازی در فیلترکالمن مد نظر قرار می‌گیرد و بر مبنای این فرضیات، پیاده‌سازی‌های متفاوتی صورت می‌گیرد [۲۱].

مدل انتشار خطا در سیستم‌های ناوبری اینرسی، موضوع پژوهش محققین در چند سال گذشته بوده است [۳۰~۳۵]. دو دیدگاه اصلی برای استخراج معادلات فوق وجود دارد: دیدگاه اغتشاشات^۱ و دیدگاه شبه‌زاویه^۲. برای کاربردهای دریایی معمولاً خطاهای زوایای اولیه در سمت بزرگ می‌باشد و نیاز به توسعه مدل‌های خطا برای زوایای بزرگ خطا می‌باشد که معمولاً مشابه روش‌های اغتشاشی و بدون ساده‌سازی می‌باشند. در استفاده از فیلترهای غیرخطی معمولاً از مدل‌های خطای غیرخطی استفاده می‌گردد. در مرجع [۳۶] با استفاده از مدل انتشار خطای خطی مربوط به کواترنین‌ها، مدل خطای وضعیت بر مبنای بردار دوران به عنوان یک مدل غیرخطی، استخراج گردیده‌است. در مرجع [۳۶] ابتدا، ارتباط بین مدل خطای کواترنین‌ها و مدل خطای بردار دوران استخراج گردیده و در ادامه از مدل خطی کواترنین‌ها استفاده شده و یک مدل غیرخطی برای انتشار خطای بردار دوران، استخراج گردیده‌است. البته به دلیل استفاده از مدل خطی کواترنین‌ها در استخراج مدل غیرخطی بردار دوران، این مدل به عنوان یک مدل غیرخطی مناسب نمی‌باشد. در مرجع [۳۷] از روی مدل انتشار خطای کواترنین‌ها، مدل‌های خطی ψ ، φ و θ با در نظر گرفتن دستگاه‌های مختلف، استخراج گردیده‌است. همچنین میزان محاسبات مربوط به هر کدام در جدولی بیان گردیده‌است.

۲-۴-۳- فیلترها در توجیه اولیه دقیق

مسئله استفاده از فیلترها در توجیه اولیه دقیق سامانه‌های شمالیابی دریایی در مراجع زیادی بیان گردیده‌است [۳۸~۴۴]. به عنوان یک قانون، فرض می‌شود که میزان عدم قطعیت اولیه زاویه سمت به دلیل استفاده از مرحله توجیه اولیه غیردقیق، کوچک و کمتر از پنج درجه می‌باشد [۴۴]. این فرض، این امکان را ایجاد می‌کند که مسئله توجیه اولیه دقیق را بتوان با استفاده از توصیفی خطی شده از مدل انتشارخطای ناوبری بیان کرد و با استفاده از فرایندهای مربوط به فیلترهای بهینه خطی، در کمترین

^۱ Phi-angle (Perturbation)

^۲ Psi- angle

زمان به بهترین دقت دست یافت. در شرایط دیگر، زمانی که نتوان توجیه اولیه غیردقیق را انجام داد معمولاً از یک توصیف غیرخطی از مسئله انتشار خطای ناوبری استفاده می‌گردد.

در مرجع [۴۳] یک فیلتر موجی تطبیقی^۱ برای توجیه اولیه در دریا پیشنهاد گردیده‌است. این فیلتر برای جداکردن حرکات فرکانس پایین کشتی از حرکات ناشی از امواج، مورد استفاده قرار می‌گیرد. در مرجع [۳۸] یک فیلتر کالمن بی اثر برای توجیه اولیه پیشنهاد گردیده‌است. در این مرجع، نتایج با فیلتر کالمن توسعه یافته مقایسه گردیده و مشاهده شده است که این فیلتر در حالتی که خطای زاویه سمت کوچک است، دارای نتایج مطلوبی می‌باشد. در مرجع [۴۵] از فیلتر نقاط سیگما^۲ برای کاربرد توجیه اولیه در دریا استفاده گردیده‌است. نتایج نشان می‌دهد که این فیلتر، در حضور نویزهای رنگی، نتایج خوبی داشته‌است. در مرجع [۴۶] از مدل غیرخطی زوایای اوپلر استفاده گردیده‌است و یک فیلتر کالمن مکعبی^۳ برای کاربرد توجیه اولیه پیشنهاد گردیده‌است. این فیلتر، نسبت به فیلترهای غیرخطی دیگر درجات بالاتری از بسط تیلور معادله غیرخطی را در بر می‌گیرد و بهبود قابل ملاحظه‌ای را برای حالتی که خطای زاویه سمت بزرگ است ایجاد می‌کند. در مرجع [۴۷] فیلتر کالمن توسعه یافته با فیلتر کالمن بی‌اثر و فیلتر تفاضلی مرتبه دوم^۴ مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. در مرجع [۴۸] از یک فیلتر کالمن توسعه یافته به منظور توجیه اولیه استفاده گردیده‌است. در مرجع [۴۹] از یک فیلتر کالمن مقاوم^۵ و سازگار^۶ برای مسئله توجیه اولیه استفاده گردیده‌است.

۲-۵- کاهش زمان توجیه اولیه سامانه های ناوبری اینرسی در دریا

سرعت و دقت توجیه اولیه مسئله مهمی برای سامانه‌های ناوبری می‌باشند، اما در طول فرایند ترازیبایی این دو مسئله بر عکس یکدیگر می‌باشند. برای حل این مسئله تحقیقات مختلفی صورت

^۱ Adaptive Wave Filter

^۲ Sigma Point Filter

^۳ Cubature Kalman Filter

^۴ second-order divided difference filter (DDF2)

^۵ Robust Kalman filter

^۶ Consistent

گرفته‌است. اخیراً روش جدیدی که فرایند روبه جلو و عقب در توجیه اولیه سامانه‌های ناوبری بوده مطرح شده‌است. بنظر می‌رسد این موضوع زمینه تحقیقاتی مناسبی می‌باشد به طوری که مقالات زیادی از این روش استفاده کرده‌اند. ایده اصلی این روش به این صورت می‌باشد که با توسعه تکنولوژی کامپیوترهای ناوبری، کامپیوترهای ناوبری جدید، می‌توانند تعداد زیادی داده سنسور را ذخیره و داده‌ها را مکرراً در ترتیب رو به جلو و عقب پردازش کنند. پردازش داده‌ها از مبدا تا انتها را پردازش روبه جلو و از انتها تا مبدا را پردازش رو به عقب می‌نامیم. با این روش می‌توانیم از داده‌ها به قدر کافی و موثر استفاده کنیم و زمان ترازیبی کاهش پیدا کند در حالی که از دقت ترازیبی اطمینان حاصل کرد. روش اشاره شده برای ترازیبی همراه با فیلتر کالمن استفاده شده است و برای حل مسئله سرعت و دقت با به کارگیری فرایند فیلتر رو به جلو و عقب برای پردازش داده‌های سنسور اینرسی استفاده گردیده است [۵۰]. در مرجع [۵۱] بررسی امکان‌پذیری حل دو موضوع متضاد دقت و سرعت با استفاده از الگوریتم رو به جلو و عقب در شرایط وجود خطای سنسور و اغتشاشات سینوسی ناشی از حرکت وسیله نقلیه بررسی شده است. توجیه اولیه بر اساس تئوری کنترل کلاسیک تعریف شده و سپس آنالیز فرایند کامپس روبه جلو و عقب با استفاده از معادلات خطا در حوزه فرکانس اجرا شده است. فرایند روبه جلو و عقب در مرجع [۵۲] شامل محاسبات موقعیت، سرعت و وضعیت می‌باشد. همچنین جملات مرتبه بالا در فرایند رو به عقب به یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول منتقل شده است به طوری که در کامپیوتر پرواز به آسانی قابل برنامه‌ریزی باشد. با توجه به مقالات چاپ شده در مورد توجیه اولیه در دریا، در سال‌های اخیر تمرکز بر افزایش دقت ترازیبی در زمان محدود می‌باشد. برای مثال در مرجع [۵۳] روش جدید الگوریتم ناوبری روبه جلو- روبه عقب برای توجیه اولیه سریع با ذخیره داده و تکرار ناوبری مطرح گردیده است. در مرجع [۵۴] فرایند توجیه اولیه بررسی شده و دو ویژگی تکرار ناوبری و تکرار تلفیق بر روی دسته یکسانی از داده‌های سنسور و اطلاعات خارجی اجرا شده است. بر اساس روش ارائه شده، ترازیبی سریع‌تر و دقیق‌تری نسبت به روش‌های معمول بدست آمده است.

۲-۶- توجیه اولیه سامانه ناوبری با تلفیق با اطلاعات خارجی

همانطور که اشاره گردید، دقت شمالیابی بستگی به استخراج دقیق زوایای تراز دارد، از آنجا که بایاس شتاب‌سنج‌های شمال و شرق برای مدل مشاهده‌پذیری سرعت صفر، رویت‌ناپذیر می‌باشند، بهتر

است از مدل مشاهده‌پذیری جدیدی با تلفیق با اطلاعات خارجی در ترازبایی استفاده شود. همچنین در کاربردهایی بنا به دلایل مختلف مانند کاهش زمان اولیه پرتاب و پرواز، انتقال وضعیت به سایر تجهیزات نصب شده بر روی کشتی و افزایش دقت ناوبری وسیله، ترازبایی در حال حرکت صورت می‌گیرد. معادلات خطای موقعیت، سرعت و وضعیت به‌عنوان معادلات توجیه اولیه در حال حرکت به کار می‌روند. معمولاً خروجی سیستم ناوبری به کمک فیلتر تخمینگر و تلفیق با اطلاعات سنسورهای خارجی (سیستم کمک ناوبری) موجب افزایش دقت ترازبایی می‌شود.

۲-۶-۱- توجیه اولیه سامانه ناوبری به کمک GPS

به منظور بهبود ترازبایی، وقتی که سنسورها دارای خطای اندازه‌گیری باشند، می‌توان از سیستم ناوبری غیر اینرسی GPS استفاده کرد. سیستم GPS به دلیل هزینه کم و خطای ثابت با زمان، یکی از پرکاربردترین سیستم‌های ناوبری است. در کاربرد مورد نظر ما دو ساختار در استفاده از GPS وجود دارد. در ساختار اول از داده‌های سرعت و مکان GPS استفاده می‌شود. به طوری که یک پردازشگر ناوبری با استفاده از دریافت کننده GPS، سرعت و مکان را محاسبه کرده سپس با مقایسه با سرعت و مکان حاصل از اندازه‌گیری‌های سنسور، خطای سنسورهای اینرسی جبران‌سازی می‌شود. در ساختار دوم که پیچیده‌تر می‌باشد از اطلاعات پایه‌ای GPS مانند شبه‌فاصله در الگوریتم توجیه استفاده می‌شود. از مزایای این روش، نیاز به تعداد ماهواره‌های کمتر می‌باشد. در مرجع [۵۵] عملکرد یک سیستم تلفیقی GPS/INS با استفاده از دو الگوریتم مستقیم و غیرمستقیم مورد بررسی قرار گرفته است که تفاوت آنها در نحوه استفاده از فیلتر کالمن می‌باشد. در فیلتر کالمن غیرمستقیم، خروجی فیلتر، مقدار خطای تخمین زده شده است و با داشتن آن متغیرهای حالت سیستم مانند وضعیت را می‌توان جبران کرد. در روش فیلتر کالمن مستقیم، می‌توان حالت‌ها را بطور مستقیم تخمین زد. در مرجع [۲۶] تخمین خطای زاویه سمت با استفاده از ناوبری کمکی GPS، ناوبری به کمک مغناطیس‌سنج و استفاده از هر دو روش بررسی شده است. در مرجع [۵۶] سیستم ناوبری اینرسی با DGPS شامل اطلاعات موقعیت تلفیق شده است. سیستم DGPS اصلاح شده سیگنال‌های GPS توسط ایستگاه‌های زمینی می‌باشد. در این الگوریتم علاوه بر موقعیت، سرعت، وضعیت، بایاس و ضریب مقیاس سنسورها به عنوان بردار حالت در نظر گرفته شده است و از فیلتر کالمن غیرخطی UKF برای ترازبایی در حال حرکت استفاده شده است.

تلفیق سرعت و وضعیت یکی از بهترین روش‌های تلفیق است که در زمان کم به دقت مناسبی می‌رسد. در مرجع [۵۷] این تلفیق با فیلتر غیرخطی بررسی شده‌است. دقت سیستم ناوبری اینرسی در یک سیستم ترکیبی GPS/INS به عملکرد توجیه اولیه بستگی دارد. در مرجع [۵۸] مسئله ترازایی برای سیستم GPS/INS دقیق با پایه متحرک بصورت فیلترکالمن ۱۲ حالت فرموله شده است. حرکت پایه بصورت فرایند تصادفی مارکوف مرتبه دوم مدل شده است. نتایج نشان می‌دهد که دقت ترازایی شدیداً حساس به حرکت پایه می‌باشد. خطاهای تراز اولیه به سرعت همگرا می‌شوند و مقادیر نهایی آنها به تخمین اولیه حساس نمی‌باشد. از طرف دیگر همگرایی خطای توجیه اولیه زاویه سمت بسیار کند می‌باشد. زمان همگرایی برای چند حالت ارائه شده، تا رابطه بین عوامل مهم مانند عرض جغرافیایی، خطای سنسورهای اینرسی، نویز اندازه‌گیری و مشخصات اغتشاش را نشان دهد. در این ساختار خطای GPS و خطای سنسورها در معادلات ناوبری لحاظ و تخمین زده شده‌است.

۲-۶-۲- ترازایی سامانه ناوبری اینرسی در حال حرکت به کمک سرعت سنج

از آنجا که GPS همیشه در دسترس نمی‌باشد یا همراه با اغتشاشات رادیویی می‌باشد بنابراین می‌توان از سنسورهای دیگر مانند سرعت‌سنج برای تلفیق در ناوبری دقیق استفاده کرد. الگوریتم ترازایی در حال حرکت سامانه ناوبری اینرسی با کمک^۱ DVL در مرجع [۵۹] توصیف شده‌است. خطاهای بایاس و ثابت اندازه‌گیری DVL را با الگوریتم‌های متداول نمی‌توان تخمین زد. مدل خطای DVL در راستای محورهای چهارچوب ناوبری محلی در حالیکه کشتی با سرعت ثابت در حال حرکت است استخراج شده است. نتایج آنالیز نشان می‌دهد که با استفاده از این مدل خطا در فیلتر کالمن، مشاهده‌پذیری متغیرهای حالت با حرکت زاویه‌ای کشتی بهبود می‌یابد. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که خطای اندازه‌گیری DVL به دقت تخمین زده می‌شود و دقت ترازایی در حال حرکت با DVL بطور قابل ملاحظه‌ای بهبود یافته‌است. سرعت و شتاب کشتی تاثیر منفی بر روی توجیه اولیه دارد. بنابراین الگوریتم‌های توجیه اولیه متداول را نمی‌توان برای کشتی در حال حرکت استفاده کرد. در مرجع [۲۷] الگوریتم توجیه اولیه

^۱ Doppler Velocity Log

در حال حرکت با $EM-log^1$ به منظور اجرای ترازیبی دقیق در سامانه ناوبری دریایی پیشنهاد شده است. از $EM-log$ برای دنبال کردن سرعت مانور کشتی استفاده می‌شود. نتایج شبیه‌سازی و آزمایش‌های عملی نشان می‌دهد که روش پیشنهادی می‌تواند ترازیبی دقیق در حال حرکت را برای سامانه ناوبری انجام دهد در حالی که روش‌های متداول ناموفق هستند. بنابراین توجه اولیه به کمک $EM-log$ نوعی روش خود ترازیبی می‌باشد که می‌تواند بطور گسترده در کاربردهای دریایی استفاده شود. در مرجع [۶۰] روش جدیدی برای ترازیبی سامانه ناوبری با استفاده از فیلتر کالمن بی‌بو و کمک ناوبری DVL برای زوایای اولیه بزرگ ارائه شده است. مکانیزم روش پیشنهادی به این صورت است که مدل انتشار خطای غیرخطی ناوبری ارائه شده و مدل اندازه‌گیری با فرض وجود زوایای ناهمترازی بزرگ استخراج گردیده است. از آنجا که اطلاعات قبلی از کواریانس نویز اندازه‌گیری اهمیت بسیار زیادی در کیفیت عملکرد فیلتر کالمن بی‌بو دارد، روش انطباق کواریانس که بطور گسترده در فیلتر کالمن تطبیقی به کار می‌رود برای فیلتر کالمن بی‌بوی تطبیقی توسعه پیدا کرده است. نتایج عملی نشان می‌دهد که روش پیشنهادی با هر زاویه سمت خطا عملکرد مطلوبی دارد. مرجع [۶۱] با استفاده از DVL روشی را برای توجه اولیه سامانه ناوبری با پایه متحرک ارائه گردیده است. بر اساس آنالیز خطای سرعت، خطای عرض جغرافیایی و خطای شتاب بر روی پایه متحرک، دو پیشنهاد برای افزایش دقت و سرعت با جزئیات ارائه شده است. در گام اول پارامترهای سیستم دوباره طراحی شده تا اغتشاشات شتاب را کاهش دهد. در گام دوم از الگوریتم محاسباتی با تکرار داده استفاده شده تا تاخیر زمان ترازیبی کم شود.

۲-۷- جمع بندی مرور مراجع

بر مبنای بررسی انجام شده روی مراجع مختلف، زمینه‌های زیر در مراجع چندان مد نظر نبوده که مناسب است برای کاربردهای شمالیابی توسعه داده شوند:

- (۱) توسعه روش‌های کالیبراسیون خاص سامانه‌های ناوبری اینرسی برای کاربردهای شمالیابی.
- (۲) توسعه یک مدل انتشار خطای خطی ناوبری برای کاربرد شمالیابی.

^۱ Electromagnetic Log

- ۳) توسعه یک مدل انتشار خطای غیرخطی ناوبری برای کاربرد شمالیایی.
 - ۴) تلفیق روش‌های سنتی شمالیایی با روش‌های جدید مبتنی بر فضای حالت.
 - ۵) تنظیمی کردن بهره فیلترهای تصادفی در الگوریتم‌های شمالیایی
- در ادامه این پژوهش راهکارهای ذکر شده، برای کاربردهای شمالیایی مد نظر خواهد بود.

فصل سوم: بهبود فرایند کالیبراسیون سامانه های اندازه گیری اینرسی در کاربردهای شمالیابی دریایی

۳-۱- مقدمه

در سال های اخیر، با پیشرفت های بوجود آمده در طراحی و توسعه ژيروسکوپ های بسیار دقیق اپتیکی و لیزری و شتاب سنج های دقیق، خانواده جدیدی از سیستم های ناوبری اینرسی بسیار دقیق متشکل از این نوع سنسورها عرضه شده است که منجر به پیشرفت های اساسی در تکنولوژی ناوبری اینرسی گردیده و امروزه با توجه به عملکرد ممتاز و هزینه های منطقی آن، بصورت گسترده در کاربردهای گوناگون هوایی، فضایی، دریایی و زمینی مورد استفاده قرار می گیرند [۳].

یکی از مهم ترین مسائل در مواجهه با چنین سیستم های دقیقی، بحث کالیبراسیون و جبران سازی پارامترهای خطای سنسورها می باشد. کالیبراسیون، فرایندی اساسی و ضروری برای تولید و بکارگیری سامانه های ناوبری اینرسی بوده و بخصوص انجام صحیح آن در مورد سامانه های ناوبری دقیق بسیار با اهمیت می باشد. هدف از کالیبراسیون، تخمین خطاهای پایدار (غیر تصادفی) سنسورهای اینرسی است. نتایج بدست آمده از کالیبراسیون برای جبران خروجی های خام سنسورهای اینرسی و در نتیجه حذف خطاهای تکرارپذیر آنها به کار برده می شود [۴].

سامانه های شمالیابی دریایی جزء سامانه هایی می باشند که باید در شرایط سخت محیطی دریا، همراه با نوسانات امواج دریا، دارای دقت کافی باشند. به دلیل نوسانات همیشگی شرایط دریا، هرگونه خطای کوچک در پارامترهای کالیبراسیون سامانه های شمالیابی دریایی، باعث خطای بزرگی در خروجی سامانه می گردد. همچنین با توجه به الگوریتم های شمالیابی دریایی، تطابق داده های سنسورهای شتاب-سنج و ژيروسکوپ در دقت نهایی شمالیابی بسیار مهم می باشد. با توجه به نوسانات همیشگی دریا، مسئله اثر طول بازو در کالیبراسیون، دارای اهمیت بالایی می باشد. تخمین پارامترهای مربوط به اثر طول بازو معمولاً با استفاده از روش های تفکیکی دشوار می باشد.

به منظور کالیبراسیون یک سامانه ناوبری، معمولاً پنج فعالیت باید انجام گیرد. در مرحله اول، مدل ریاضی خروجی سنسورها (در حالت کلی، سامانه اندازه گیری اینرسی) مشخص می گردد. به منظور

استخراج این مدل، نیاز به شناخت مناسبی از سنسور می‌باشد. باید حساسیت و رفتار خروجی سامانه به عوامل مختلف ورودی مشخص گردد. همچنین، امکان جبران سازی حساسیت‌های نامطلوب نیز مورد بررسی قرار گیرد. در مرحله دوم، رابطه کالیبراسیون، شامل پارامترها مشخص می‌گردد. در این مرحله، بر مبنای شناخت سنسور و سامانه، رابطه مورد نظر برای کالیبراسیون و پارامترهای مجهول مشخص می‌گردد. به عنوان نمونه در شرایط معمول برای یک سامانه در کلاس ناوبری، پارامترهای اصلی شامل ضرایب بایاس، ضریب تبدیل‌ها، عدم تعامدها و ضرائب حساسیت بایاس‌ها به دما می‌تواند باشد. مرحله سوم، داده‌برداری از سامانه اندازه‌گیری اینرسی در وضعیت‌ها و حرکات مختلف می‌باشد. در این مرحله ابتدا سامانه روی میز کالیبراسیون بسته می‌شود، سپس به منظور مشاهده و امکان استخراج پارامترهای کالیبراسیون، حرکات از پیش تعیین شده‌ای به میز داده می‌شود و داده‌های خروجی سامانه ذخیره می‌گردد. در روش‌های تفکیکی، برای شتاب‌سنج‌ها معمولاً در زوایای مختلف و در حالت سکون، داده‌برداری انجام می‌گردد و برای ژيروسکوپ‌ها در حالت‌های سکون و حرکت، داده‌برداری صورت می‌گیرد. در مرحله چهارم، مقادیر پارامترهای مجهول در رابطه کالیبراسیون استخراج می‌گردد. در این مرحله با مشخص بودن مقادیر اندازه‌گیری شده، مقادیر مطلوب و رابطه پارامتری کالیبراسیون، می‌توان با روش‌های شناسایی سیستم، نظیر روش حداقل مربعات خطا و روش‌های مبتنی بر فیلترهای تصادفی، نظیر فیلتر کالمن، پارامترهای مجهول را بدست آورد. در مرحله پنجم، دقت و صحت کالیبراسیون، بر مبنای مشخصات نامی سامانه اندازه‌گیری اینرسی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. این ارزیابی معمولاً با داده‌های حین کالیبراسیون و داده‌برداری‌های اضافی صورت می‌گیرد.

تمرکز این فصل بر روش‌های کالیبراسیون مرتبه سیستمی بوده و روشی ارائه می‌دهد که در آنها از تجهیزات و میزهای تست غیردقیق برای کالیبراسیون سامانه‌های ناوبری دقیق استفاده می‌شود. در روش متعارف تفکیکی با استفاده از داده‌برداری مستقیم از سنسورها و مقایسه آنها با مقادیر مطلوب، مستقیماً ضرایب استخراج می‌گردد. روش‌های مرتبه سیستمی، بر مبنای حل معادلات ناوبری بوده و در آنها فرض صفر بودن اندازه سرعت و ثابت بودن موقعیت در نظر گرفته می‌شود. سامانه‌های شمالیابی دریایی معمولاً دارای سنسورهای بسیار دقیقی می‌باشند. روش‌ها و تجهیزات کالیبراسیون معمول، جوابگوی دقت مورد نیاز آنها نمی‌باشند. فرض خاص شدن کالیبراسیون برای شمالیابی دریایی، تنها به

این دلیل است که حرکات سامانه حین فرایند کالیبراسیون مطابق با مدل تلاطم دریا در نظر گرفته می‌شود. در ادامه روشی سیستماتیک برای کالیبراسیون یک سامانه اندازه‌گیری اینرسی برای کاربردهای شمالیایی دریایی ارائه گردیده‌است که بر پایه دقت میز کالیبراسیون نمی‌باشد و تنها به یک وضعیت دقیق و مشخص نیاز دارد و بی‌نیاز از میز می‌تواند باشد. در ابتدا مدلی برای پارامترهای کالیبراسیون سامانه سنسورهای اینرسی پیشنهاد می‌گردد. در روش پیشنهادی بر مبنای خطای ماتریس دوران و سرعت در بازه‌های زمانی مشخص، با استفاده از روش حداقل مربعات خطا، پارامترهای کالیبراسیون تخمین زده می‌شوند. نوآوری اول الگوریتم پیشنهادی این است که مدلی برای کالیبراسیون سیستماتیک سامانه‌های اندازه‌گیری اینرسی استخراج شده‌است که در هر لحظه از زمان و برای حرکت‌های ساده و ترکیبی، خطای ماتریس دوران و سرعت را به صورت تابعی از پارامترهای کالیبراسیون بیان می‌کند. حال اگر در لحظه‌ای از زمان مقادیر دقیق وضعیت و سرعت مشخص باشند، می‌توان با استفاده از روش‌هایی نظیر حداقل مربعات خطا، پارامترهای کالیبراسیون را تخمین زد. نوآوری دوم، پیشنهاد کالیبراسیون سیستماتیک تنها با استفاده از یک وضعیت مشخص و دقیق، می‌باشد. با استفاده از داده‌های واقعی نیز مشخص گردید الگوریتم پیشنهادی، تخمین مناسبی از پارامترهای کالیبراسیون از جمله پارامتر اثر طول بازو دارد.

در ادامه، این فصل شامل هشت بخش می‌باشد در بخش دوم، رابطه کالیبراسیون برای سامانه اندازه‌گیری اینرسی بیان می‌گردد. در بخش سوم مدل خطای مورد استفاده، استخراج گردیده و در بخش چهارم مقادیر اندازه‌گیری مشخص می‌شوند. در بخش پنجم فرایند کالیبراسیون تشریح می‌گردد. در بخش ششم معادلات مربوط به استخراج پارامترها توضیح داده می‌شود. در بخش هفتم، روش پیشنهادی برای یک سامانه اندازه‌گیری اینرسی پیاده‌سازی شده و اعتبار الگوریتم و پارامترهای استخراج شده، مورد ارزیابی قرار می‌گیرند و در نهایت در بخش هشتم، جمع‌بندی روش ارائه شده صورت می‌گیرد.

۳-۲- رابطه کالیبراسیون سامانه اندازه‌گیری اینرسی

با توجه به این که هدف این فصل، کالیبراسیون یک سامانه اندازه‌گیری اینرسی دقیق بر مبنای شتاب‌سنج‌های پاندولی و ژيروسکوپ‌های فیبر نوری می‌باشد، بر مبنای مشخصات سامانه مد نظر، مدل

کلی کالیبراسیون مبتنی بر پارامترهای بایاس، ضریب تبدیل‌ها، پارامترهای عدم تعامد و پارامترهای مربوط به اثر طول بازو در شتاب‌سنج‌ها و پارامترهای اثرات توان دوم سرعت زاویه‌ای در ژيروسکوپ‌ها در نظر گرفته می‌شود [۷]. بر این مبنا برای شتاب‌سنج‌ها داریم:

$$\begin{bmatrix} a_{xc} \\ a_{yc} \\ a_{zc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x^{acc} & m_{xy}^{acc} & m_{xz}^{acc} \\ m_{yx}^{acc} & S_y^{acc} & m_{yz}^{acc} \\ m_{zx}^{acc} & m_{zy}^{acc} & S_z^{acc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{xr} \\ a_{yr} \\ a_{zr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_x^{bias} \\ a_y^{bias} \\ a_z^{bias} \end{bmatrix} \quad (3-1)$$

$$+ \begin{bmatrix} r_x & 0 & 0 \\ 0 & r_y & 0 \\ 0 & 0 & r_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{yc}^2 + \omega_{zc}^2 \\ \omega_{xc}^2 + \omega_{zc}^2 \\ \omega_{xc}^2 + \omega_{yc}^2 \end{bmatrix}$$

که در آن S ها ضرایب تبدیل، m ها ضرایب عدم تعامد و r ها پارامترهای مربوط به اثر طول بازو می‌باشند. پارامترهای مربوط به طول بازو، با توجه به هم‌رأس بودن شتاب‌سنج‌ها در نظر گرفته شده‌اند که در سامانه‌های اندازه‌گیری اینرسی دقیق این امر رعایت می‌گردد (شتاب‌سنج‌ها در طراحی مکانیک سامانه هم‌رأس طراحی می‌گردند) در صورت غیر هم‌رأس بودن شتاب‌سنج‌ها، تعداد پارامترهای مربوط به اثر طول بازو از سه پارامتر به نه پارامتر افزایش می‌یابد و فرآیند کالیبراسیون دچار پیچیدگی بیشتر می‌گردد. در حالت کلی شتاب حاصل از اثر طول بازو روی هر شتاب‌سنج به صورت زیر می‌باشد:

$$a^{LA} = -\omega \times (\omega \times r) \quad (3-2)$$

که در آن ω بردار سرعت زاویه‌ای، r بردار فاصله شتاب‌سنج از رأس و \times اپراتور ضرب خارجی می‌باشد. در حالتی که هر شتاب‌سنج تنها در راستای خودش از نقطه رأس فاصله داشته باشد رابطه کلی شتاب حاصل از اثر طول بازو برای سه شتاب‌سنج به صورت زیر ساده می‌گردد:

$$\begin{bmatrix} a_x^{LA} \\ a_y^{LA} \\ a_z^{LA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_x & 0 & 0 \\ 0 & r_y & 0 \\ 0 & 0 & r_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{yc}^2 + \omega_{zc}^2 \\ \omega_{xc}^2 + \omega_{zc}^2 \\ \omega_{xc}^2 + \omega_{yc}^2 \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

رابطه (۳-۱) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{bmatrix} a_{xc} \\ a_{yc} \\ a_{zc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x^{acc} & m_{xy}^{acc} & m_{xz}^{acc} & a_x^{bias} & r_x & 0 & 0 \\ m_{yx}^{acc} & S_y^{acc} & m_{yz}^{acc} & a_y^{bias} & 0 & r_y & 0 \\ m_{zx}^{acc} & m_{zy}^{acc} & S_z^{acc} & a_z^{bias} & 0 & 0 & r_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{xr} \\ a_{yr} \\ a_{zr} \\ 1 \\ \omega_{yc}^2 + \omega_{zc}^2 \\ \omega_{xc}^2 + \omega_{zc}^2 \\ \omega_{xc}^2 + \omega_{yc}^2 \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

و تعریف می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} S_x^{acc} & m_{xy}^{acc} & m_{xz}^{acc} & a_x^{bias} & r_x & m_{yx}^{acc} & S_y^{acc} & m_{yz}^{acc} & a_y^{bias} & r_y & m_{zx}^{acc} & m_{zy}^{acc} & S_z^{acc} & a_z^{bias} & r_z \end{bmatrix}^T \quad (3-5)$$

$$\approx k^{acc} + \delta k^{acc}$$

که در آن k^{acc} مقدار پارامتر کالیبراسیون اولیه شتاب‌سنج‌ها و δk^{acc} خطای پارامترهای کالیبراسیون می‌باشند. برای ژيروسکوپ‌ها:

$$\begin{bmatrix} \omega_{xc} \\ \omega_{yc} \\ \omega_{zc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x^{gyro} & m_{xy}^{gyro} & m_{xz}^{gyro} \\ m_{yx}^{gyro} & S_y^{gyro} & m_{yz}^{gyro} \\ m_{zx}^{gyro} & m_{zy}^{gyro} & S_z^{gyro} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{xr} \\ \omega_{yr} \\ \omega_{zr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_x^{bias} \\ \omega_y^{bias} \\ \omega_z^{bias} \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

$$+ \begin{bmatrix} e_x & 0 & 0 \\ 0 & e_y & 0 \\ 0 & 0 & e_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{xr}^2 \\ \omega_{yr}^2 \\ \omega_{zr}^2 \end{bmatrix}$$

که در آن S ها ضرایب تبدیل، m ها ضرایب عدم تعامد و e ها پارامترهای مربوط به اثر درجه دوم

می‌باشند. رابطه (۳-۶) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{bmatrix} \omega_{xc} \\ \omega_{yc} \\ \omega_{zc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x^{gyro} & m_{xy}^{gyro} & m_{xz}^{gyro} & \omega_x^{bias} & e_x & 0 & 0 \\ m_{yx}^{gyro} & S_y^{gyro} & m_{yz}^{gyro} & \omega_y^{bias} & 0 & e_y & 0 \\ m_{zx}^{gyro} & m_{zy}^{gyro} & S_z^{gyro} & \omega_z^{bias} & 0 & 0 & e_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{xr} \\ \omega_{yr} \\ \omega_{zr} \\ 1 \\ \omega_{xr}^2 \\ \omega_{yr}^2 \\ \omega_{zr}^2 \end{bmatrix} \quad (3-7)$$

و تعریف می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} S_x^{gyro} & m_{xy}^{gyro} & m_{xz}^{gyro} & \omega_x^{bias} & e_x & m_{yx}^{gyro} & S_y^{gyro} & m_{yz}^{gyro} & \omega_y^{bias} & e_y & m_{zx}^{gyro} & m_{zy}^{gyro} & S_z^{gyro} & \omega_z^{bias} & e_z \end{bmatrix}^T \quad (3-8)$$

$$\approx k^{gyro} + \delta k^{gyro}$$

که در آن k^{gyro} مقدار پارامتر کالیبراسیون اولیه ژيروسکوپ‌ها و δk^{gyro} خطای پارامترهای کالیبراسیون می‌باشند. هدف در بهبود فرآیند کالیبراسیون، تخمین پارامترهای خطای کالیبراسیون δk^{acc} و δk^{gyro} می‌باشد.

در مقالات مختلفی که از روش‌های سیستمی برای کالیبراسیون استفاده کرده‌اند معمولاً محور x شتاب‌سنج سامانه اندازه‌گیری اینرسی، به عنوان مرجع در نظر گرفته شده و محورهای کالیبراسیون بر مبنای آن تشکیل می‌گردد [۳~۷]. بر این مبناء، در روابط کالیبراسیون، پارامترهای عدم تعامد برای محور x نسبت به سایر محورها، صفر در نظر گرفته می‌شود. این مسئله به این معنا می‌باشد که شتاب‌سنج محور x دارای عدم تعامد نیست و محورهای آن درست و به عنوان محور x کالیبراسیون در نظر گرفته

می‌شود. این امر، همواره نتایج درستی ایجاد نمی‌کند. در فرآیند کالیبراسیون، معمولاً می‌خواهیم که محورهای مجموعه را بر مبنای شاخص‌های مرجع مشخص شده روی مکانیک سامانه اینرسی در نظر بگیریم. در روش پیشنهادی این موضوع مد نظر قرار گرفته شده است و کالیبراسیون به صورت کلی و بر مبنای شاخص‌های مکانیکی روی مجموعه می‌باشد.

۳-۳- مدل خطای مورد استفاده

به دلیل این که هدف ما در کالیبراسیون، استفاده از فیلترهای تصادفی نمی‌باشد، تنها پارامترهای غیر تصادفی در مدل در نظر گرفته می‌شوند و این مدل بر مبنای عدم جابجایی موقعیت مجموعه، ساده‌سازی می‌گردد. در حالت کلی خروجی کالیبره شده ژيروسکوپ‌ها، سرعت زاویه‌ای بدنه نسبت به فضای اینرسی در دستگاه اینرسی (ω_{ib}^b) می‌باشد. این سرعت زاویه‌ای، مجموع سه سرعت زاویه‌ای زیر می‌باشد:

$$\omega_{ib}^b = \omega_{nb}^b + \omega_{ie}^b + \omega_{en}^b \quad (3-9)$$

که در آن ω_{en}^b سرعت زاویه‌ای انتقالی می‌باشد که به دلیل عدم جابجایی مکانی مجموعه در فرآیند کالیبراسیون، این مقدار در کاربرد ما صفر می‌باشد. همچنین ω_{ie}^b سرعت زاویه‌ای زمین در دستگاه بدنی می‌باشد. با توجه به معادلات دیفرانسیل ماتریس دوران داریم:

$$\dot{C}_b^n = C_b^n \Omega_{nb}^b \quad (3-10)$$

که در آن Ω_{nb}^b ماتریس متعامد متقارن ω_{nb}^b می‌باشد و به صورت زیر است:

$$\Omega_{nb}^b = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{nbz}^b & \omega_{nby}^b \\ \omega_{nbz}^b & 0 & -\omega_{nbx}^b \\ -\omega_{nby}^b & \omega_{nbx}^b & 0 \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

با توجه به تساوی سرعت زاویه‌ای در رابطه (۳-۹) داریم:

$$\dot{C}_b^n = C_b^n (\Omega_{ib}^b - \Omega_{ie}^b) = C_b^n \Omega_{ib}^b - C_b^n \Omega_{ie}^b C_b^n C_b^n = C_b^n \Omega_{ib}^b - \Omega_{ie}^n C_b^n \quad (3-12)$$

حال با فرض کوچک بودن خطای ناشی از پارامترهای اصلاحی کالیبراسیون، ماتریس دوران را می‌توان به صورت مجموع دو ماتریس دوران ایجاد شده از پارامترهای کالیبراسیون اولیه و پارامترهای کالیبراسیون اصلاحی نوشت:

$$\begin{aligned} C_b^n &= \tilde{C}_b^n + \delta C_b^n \\ \Omega_{ib}^b &= \tilde{\Omega}_{ib}^b + \delta \Omega_{ib}^b \end{aligned} \quad (3-13)$$

حال با قرار دادن مقادیر رابطه (۳-۱۳) در رابطه (۳-۱۲) و با در نظر گرفتن این نکته که سرعت زاویه‌ای زمین نسبت به دستگاه ناوبری در محل کالیبراسیون کاملاً مشخص است، داریم:

$$\dot{C}_b^n + \delta \dot{C}_b^n = (\bar{C}_b^n + \delta C_b^n)(\bar{\Omega}_{ib}^b + \delta \Omega_{ib}^b) - \Omega_{ie}^n(\bar{C}_b^n + \delta C_b^n) \quad (۳-۱۴)$$

با ضرب مقادیر رابطه (۳-۱۴) و حذف خطای ضربی، داریم:

$$\dot{C}_b^n + \delta \dot{C}_b^n = \bar{C}_b^n \bar{\Omega}_{ib}^b + \bar{C}_b^n \delta \Omega_{ib}^b + \delta C_b^n \bar{\Omega}_{ib}^b - \Omega_{ie}^n \bar{C}_b^n - \Omega_{ie}^n \delta C_b^n \quad (۳-۱۵)$$

و در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\delta \dot{C}_b^n = \bar{C}_b^n \delta \Omega_{ib}^b + \delta C_b^n \bar{\Omega}_{ib}^b - \Omega_{ie}^n \delta C_b^n \quad (۳-۱۶)$$

رابطه (۳-۱۶) نشان می‌دهد که تغییرات خطای ماتریس دوران، ناشی از خطای تصویر سرعت زاویه‌ای‌ها، خود خطای سرعت زاویه‌ای‌ها و خطای تصویر سرعت زاویه‌ای زمین می‌باشد. با مشخص بودن مقدار اولیه خطای ماتریس دوران (صفر در نظر گرفته می‌شود) می‌توان در هر لحظه از زمان مقدار این خطا (δC_b^n) را به صورت تابعی از خطای کالیبراسیون سنسورها ($\delta \Omega_{ib}^b$) بدست آورد. معادله سرعت در دستگاه ناوبری به صورت زیر می‌باشد:

$$\dot{V}^n = C_b^n f^b + g^n - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times V^n \quad (۳-۱۷)$$

با توجه به سکون مجموعه سنسورهای اینرسی در طول فرآیند کالیبراسیون (عدم جابجایی مکانی)، با حذف سرعت زاویه‌ای انتقالی، رابطه سرعت در دستگاه ناوبری به صورت زیر ساده‌سازی می‌گردد:

$$\dot{V}^n = C_b^n f^b + g^n - 2\Omega_{ie}^n V^n \quad (۳-۱۸)$$

که در آن g^n شتاب جاذبه در دستگاه جغرافیایی می‌باشد که مقدار آن در محل کالیبراسیون به طور کامل مشخص می‌باشد. شتاب کالیبره شده شتاب‌سنج‌ها، مجموع شتاب محاسبه شده با پارامترهای اولیه کالیبراسیون و پارامترهای اصلاحی کالیبراسیون می‌باشد همچنین با فرض کوچک بودن خطا، می‌توان مشتق سرعت را به صورت مجموع دو جمله به صورت زیر نوشت:

$$\dot{V}^n = \dot{\tilde{V}}^n + \delta \dot{V}^n \quad (۳-۱۹)$$

$$f^b = \tilde{f}^b + \delta f^b$$

با قرار دادن مقادیر رابطه (۳-۱۹) در رابطه (۳-۱۸) داریم:

$$\dot{\tilde{V}}^n + \delta \dot{V}^n = (\tilde{C}_b^n + \delta C_b^n)(\tilde{f}^b + \delta f^b) + g^n - 2\Omega_{ie}^n(\tilde{V}^n + \delta V^n) \quad (۳-۲۰)$$

با ضرب مقادیر رابطه (۳-۲۰) داریم:

$$\delta \dot{V}^n = \delta C_b^n \tilde{f}^b + \delta C_b^n \delta f^b + \tilde{C}_b^n \delta f^b - 2 \Omega_{ie}^n \delta V^n \quad (3-21)$$

با فرض کوچک بودن حاصل ضرب دو خطا و صرف نظر از آن به رابطه (۳-۲۲) می‌رسیم.

$$\delta \dot{V}^n = \delta C_b^n \tilde{f}^b + \tilde{C}_b^n \delta f^b - 2 \Omega_{ie}^n \delta V^n \quad (3-22)$$

با توجه به رابطه (۳-۲۲)، تغییرات در خطای سرعت، ناشی از خطای شتابسنج‌ها، خطا در تصویر شتابسنج‌ها و خطا در شتاب کریولیس، ناشی از خطای سرعت، می‌باشد. با فرض صفر بودن خطای اولیه سرعت، می‌توان در هر لحظه از زمان، خطای سرعت (δV^n) را به صورت تابعی خطی از خطای شتابسنج‌ها (δf^b) و خطای ماتریس دوران (δC_b^n) که خود تابعی خطی از خطای ژيروسکوپ‌ها ($\delta \Omega_{ib}^b$) می‌باشد، بدست آورد. با گسسته‌سازی رابطه (۳-۱۶) و (۳-۲۲)، روابط (۳-۲۳) حاصل می‌گردد که به صورت بازگشتی، در هر لحظه از زمان قابل حل می‌باشند.

$$\delta C_{b \ j+1}^n = \delta C_{b \ j}^n + \Delta t (\tilde{C}_{b \ j+1}^n \delta \Omega_{ib \ j+1}^b + \delta C_{b \ j}^n \tilde{\Omega}_{ib \ j+1}^b - \Omega_{ie}^n \delta C_{b \ j}^n) \quad (3-23)$$

$$\delta V_{j+1}^n = \delta V_j^n + \Delta t (\delta C_{b \ j+1}^n \tilde{f}_{j+1}^b + \tilde{C}_{b \ j+1}^n \delta f_{j+1}^b - 2 \Omega_{ie}^n \delta V_j^n)$$

مقادیر اولیه خطای سرعت و ماتریس دوران صفر در نظر گرفته می‌شوند. نکته مهم در روابط خطای بیان شده در بالا این است که مقادیر خطای ماتریس دوران و سرعت برای هر چرخشی، به صورت تابعی خطی از پارامترهای کالیبراسیون بیان شده‌است که این مسئله نکته اساسی در ادامه فرایند کالیبراسیون می‌باشد. یعنی:

$$\delta C_{b \ j+1}^n = L_1 (\delta C_{b \ j}^n \cdot \delta \Omega_{ib \ j+1}^b) = L_2 (\delta \Omega_{ib \ j+1}^b) = L_3 (\delta k^{gyro}) \quad (3-24)$$

$$\begin{aligned} \delta V_{j+1}^n &= L_4 (\delta C_{b \ j+1}^n \cdot \delta f_{j+1}^b) = L_5 (\delta \Omega_{ib \ j+1}^b \cdot \delta f_{j+1}^b) \\ &= L_6 (\delta k^{gyro} \cdot \delta k^{acc}) \end{aligned}$$

که L_i ها توابعی خطی می‌باشند. همچنین δk^{gyro} و δk^{acc} پارامترهای کالیبراسیون ژيروسکوپ‌ها و شتابسنج‌ها می‌باشند. رابطه (۳-۲۴) را می‌توان به صورت زیر نیز نشان داد:

$$\delta C_b^n = \sum_{n=1}^{15} \alpha_n \delta k_n^{gyro} + \sum_{n=1}^{15} 0 \delta k_n^{acc} \quad (3-25)$$

$$\delta V^n = \sum_{n=1}^{15} \gamma_n \delta k_n^{gyro} + \sum_{n=1}^{15} \beta_n \delta k_n^{acc}$$

که در آن α_n ، β_n و γ_n آرایه‌هایی عددی و مشخص هستند که در طول اجرای هر بسته از داده‌های

سنسورها در الگوریتم کالیبراسیون مشخص می‌شوند. همچنین δk^{gyro} و δk^{acc} پارامترهای کالیبراسیون ژيروسکوپها و شتابسنجها می‌باشند که هدف این کالیبراسیون، تخمین این پارامترها می‌باشد. با توجه به این که ماتریس دوران دارای نه آرایه و سرعت دارای سه آرایه می‌باشند در نتیجه:

$$\begin{bmatrix} \delta C_b^n \\ \delta V^n \end{bmatrix}_{12 \times 1} = \begin{bmatrix} \alpha_{9 \times 15} & 0_{9 \times 15} \\ \gamma_{3 \times 15} & \beta_{3 \times 15} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta k^{gyro} \\ \delta k^{acc} \end{bmatrix}_{30 \times 1} \quad (3-26)$$

رابطه (۳-۲۶) یک رابطه خطی و مشخص برای خطاها بر حسب پارامترهای کالیبراسیون می‌باشد.

۳-۴- مقادیر اندازه گیری

در فرایند داده‌برداری برای کالیبراسیون، فرض بر این است که مجموعه از یک وضعیت کاملاً مشخص حرکت کرده و در نهایت به همان وضعیت باز می‌گردد. در نتیجه، ماتریس دوران اولیه و انتهایی به طور کامل مشخص می‌باشد. همچنین مقادیر سرعت در ابتدا و انتهای حرکتها صفر می‌باشد. با توجه به فرآیند گفته شده، مقادیر خطای ماتریس دوران و سرعت در ابتدای حرکت، با توجه به این که وضعیت و سرعت، کاملاً مشخص می‌باشد، صفر است. همچنین مقادیر مطلوب ماتریس دوران در انتهای حرکت کاملاً مشخص می‌باشد. حال با مشخص بودن شرایط اولیه وضعیت و سرعت و حل معادلات ناوبری در طول مدت حرکت با استفاده از پارامترهای کالیبراسیون اولیه، در انتهای مسیر، مقادیری برای ماتریس دوران و سرعت بدست می‌آیند. با تفاضل این مقادیر از مقادیر مطلوب ماتریس دوران و سرعت، بردار اندازه‌گیری بدست می‌آید. با توجه به فرض کوچک بودن مقادیر خطای وضعیت، خطای ماتریس دوران، تفاضل دو ماتریس دوران در نظر گرفته شده‌است.

$$Z = \begin{bmatrix} \delta C_b^n \\ \delta V^n \end{bmatrix}_{Measure} = \begin{bmatrix} C_b^n \\ V^n \end{bmatrix}_{Navigation} - \begin{bmatrix} C_b^n \\ V^n \end{bmatrix}_{Actual} \quad (3-27)$$

مقادیر اندازه‌گیری گفته شده به صورت کلی بودند و می‌توان مقادیر خطای ماتریس دوران را از

معادلات اندازه‌گیری حذف کرده و تنها از سرعتها به عنوان اندازه‌گیری استفاده نمود.

۳-۵- فرایند کالیبراسیون

در فرایند کالیبراسیون مورد نظر، فرض بر این است که یک وضعیت مشخص و دقیق وجود دارد که

مجموعه سنسورهای اینرسی ابتدا از آن وضعیت شروع به حرکت می کنند. بر این مبنا پروسه داده- برداری کالیبراسیون به صورت زیر می باشد:

ابتدا مجموعه از وضعیت مشخص شروع به حرکت می کند این حرکات بر مبنای مدل تلاتم دریا می تواند باشد. برای مدت حدود یک دقیقه این حرکات ادامه می یابد و در انتها، مجموعه در وضعیت سکون قرار می گیرد. در طول این فرایند، از ابتدای حرکت تا انتها، داده های خام سنسورها ذخیره می گردد. به دلیل این که تعداد پارامترهای کالیبراسیون سی عدد می باشد، پیشنهاد می گردد برای حداقل سی بار این فرایند بر مبنای مدل های مختلف تلاتم دریا تکرار گردیده و داده های خام سنسورها ذخیره گردند. به داده های خام سنسورها از شروع حرکت تا انتهای حرکت یک دسته داده می گوئیم و به منظور محاسبه پارامترهای کالیبراسیون مراحل زیر انجام می گردد:

داده های هر دسته را با توجه به ضرایب کالیبراسیون اولیه کالیبره می کنیم.

با توجه به این که مقادیر اولیه ماتریس دوران و سرعتها مشخص می باشد، معادلات ناوبری و معادلات خطا را برای هر دسته داده حل کرده و مقادیر انتهایی سرعت و ماتریس دوران بدست می آید. همچنین با حل معادلات خطا، مقادیر نهایی ضرایب پارامترهای کالیبراسیون بدست می آید. با توجه به اینکه مجموعه در انتهای هر دسته داده برداری در حالت سکون می باشد سرعتها (صفر می باشند) مشخص می باشند، مقادیر خطای سرعتها از تفاضل مقادیر نهایی با این مقادیر بدست می آید.

برای هر دسته داده، به تعداد دوازده خطا(نه خطا ماتریس دوران و سه خطا سرعت) داریم. همچنین مطابق رابطه (۲۶-۳) به تعداد دوازده سطر مربوط به معادلات خطا داریم که هر سطر شامل سی ضریب برای سی پارامتر کالیبراسیون می باشد.

برای تمام دسته های داده، فعالیت های بالا انجام شده و مقادیر خطا و معادلات ضرایب پارامترهای کالیبراسیون بدست می آید.

حال برای تمام داده ها و به صورت یکجا با استفاده از روش حداقل مربعات خطا، پارامترهای کالیبراسیون استخراج می گردد.

این پارامترهای تصحیح کالیبراسیون به پارامترهای اصلی کالیبراسیون اضافه شده و مجدداً مراحل تکرار

می‌گردد.

این تکرار برای چند بار انجام می‌گردد تا اثرات مربوط به ساده‌سازی‌ها حذف گردیده و پارامترها دارای همگرایی کامل گردند. به دلیل این که فرض کوچک بودن خطاهای ضربی و زوایا یک فرض نسبی است و هرچه کوچکتر باشند نتایج بهتر می‌گردد، مناسب است که حتماً این تکرار انجام گردد.

۳-۶- محاسبه پارامترها

به منظور محاسبه پارامترهای کالیبراسیون، از روش حداقل مربعات خطای وزن دار استفاده شده است. به دلیل این که تغییرات خطای ماتریس دوران نسبت به خطای سرعت، عدد کوچکی می‌باشد، به منظور ایجاد تعادل در همگرایی خطاها، از وزن دهی استفاده می‌گردد. البته اگر همگرایی سرعت از اهمیت بالاتری برخوردار باشد (که معمولاً همین طور است زیرا همگرایی سرعت در برگزیده همگرایی زوایا نیز می‌باشد) می‌توان از وزن دهی استفاده نکرد. در رابطه بالا تنها مقادیر پارامترهای کالیبراسیون مجهول می‌باشند. اگر به تعداد m دسته داده داشته باشیم، برای هر دسته رابطه (۲۶-۳) برقرار است. حال اگر m رابطه را به صورت سطری پشت سر هم قرار دهیم در نتیجه داریم:

$$\begin{bmatrix} \delta C_b^n \\ \delta V^n \\ \vdots \end{bmatrix}_{12m \times 1}^{Measure} = \begin{bmatrix} \alpha_{9 \times 15} & 0_{9 \times 15} \\ \gamma_{3 \times 15} & \beta_{3 \times 15} \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}_{12m \times 30} \begin{bmatrix} \delta k^{gyro} \\ \delta k^{acc} \end{bmatrix}_{30 \times 1} \quad (3-28)$$

در نتیجه با توجه به رابطه حداقل مربعات خطا داریم:

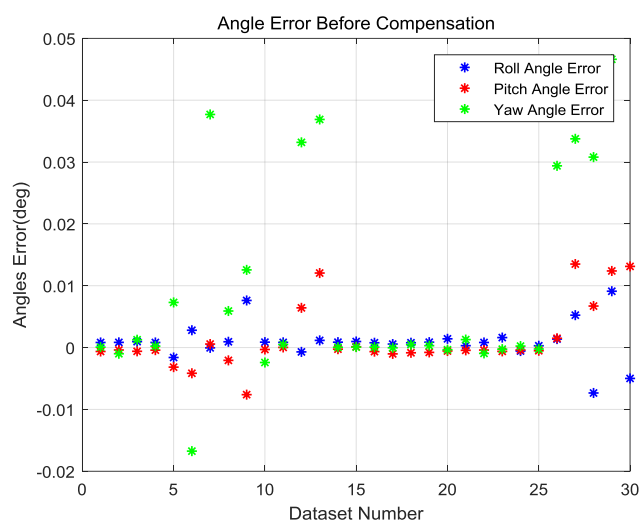
$$\begin{bmatrix} \delta k^{gyro} \\ \delta k^{acc} \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} \alpha_{9 \times 15} & 0_{9 \times 15} \\ \gamma_{3 \times 15} & \beta_{3 \times 15} \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \alpha_{9 \times 15} & 0_{9 \times 15} \\ \gamma_{3 \times 15} & \beta_{3 \times 15} \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \alpha_{9 \times 15} & 0_{9 \times 15} \\ \gamma_{3 \times 15} & \beta_{3 \times 15} \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \delta C_b^n \\ \delta V^n \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (3-29)$$

و مقادیر پارامترهای کالیبراسیون مشخص می‌گردد.

۳-۷- ارزیابی الگوریتم

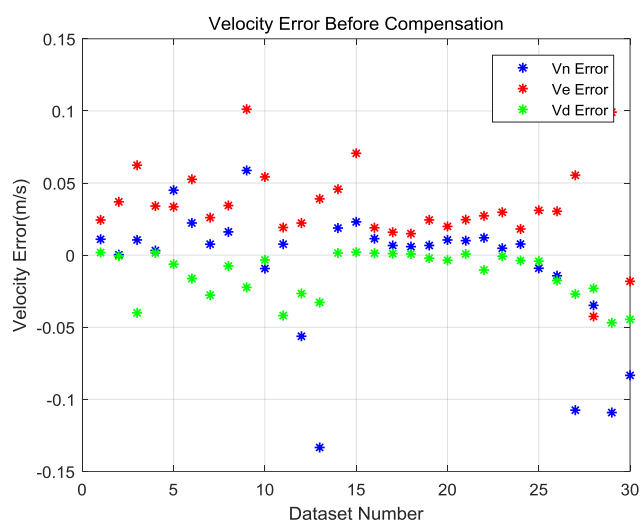
به منظور ارزیابی الگوریتم ارائه شده، از یک سامانه اندازه‌گیری اینرسی با ژيروسکوپ‌های فیبرنوری و شتاب‌سنج‌های پاندولی با مشخصات دقتی ذکر شده در ضمیمه ۱ استفاده گردید. کالیبراسیون اولیه با روش تفکیکی و با یک میز کالیبراسیون با دقت یک دقیقه قوسی روی سامانه اندازه‌گیری اینرسی مورد

نظر انجام گرفته است و پارامترهای بایاس، ضریب تبدیل و عدم تعامدهای اولیه برای سنسورها در سامانه، استخراج گردیده است. یک وضعیت مشخص و دقیق برای شروع حرکتها در نظر گرفته شده است. این وضعیت مشخص با استفاده از میزهای دستی که قابلیت قفل شوندگی مکانیکی دارند می‌تواند ایجاد گردد یا این وضعیت مشخص با استفاده از یک صفحه تراز دقیق که جهت آن نسبت به شمال نیز مشخص باشد، ایجاد می‌گردد. قبل از شروع داده برداری، سامانه در این وضعیت دقیق قرار می‌گیرد. دقت این صفحه بسیار مهم است زیرا وضعیت اولیه معادلات ناوبری، خطای نهایی ناوبری و محورهای سامانه در کالیبراسیون بر مبنای مقایسه با وضعیت این صفحه می‌باشد. به دلیل اینکه معادلات با فرض کوچک بودن خطا استخراج گردیده است، زمان داده برداری برای هر بسته داده را کوتاه در نظر می‌گیریم. هر دسته داده کمتر از یک دقیقه با نرخ نمونه برداری صد بار در ثانیه در نظر گرفته شده است. با حرکات مختلفی که به مجموعه داده می‌شود به تعداد سی بسته داده خام از سامانه ذخیره می‌گردد. مقادیر خطاهای مربوط به زوایا با پارامترهای کالیبراسیون اولیه در شکل ۱-۳ آورده شده است.



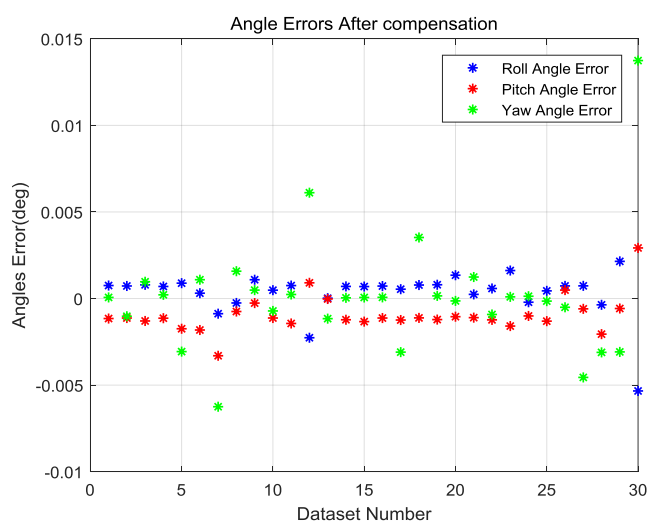
شکل ۱-۳- مقدار خطای وضعیت با پارامترهای کالیبراسیون اولیه در انتهای ناوبری، برای سی داده

مقادیر خطاهای مربوط به سرعت با پارامترهای کالیبراسیون اولیه در شکل ۲-۳ آورده شده است.



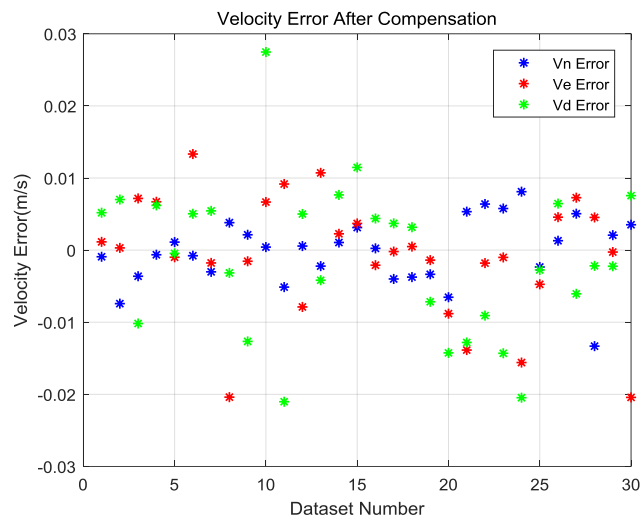
شکل ۳-۲- مقدار خطای سرعت با پارامترهای کالیبراسیون اولیه در انتهای ناوبری، برای سی داده

حال، بسته‌های داده به همراه پارامترهای اولیه کالیبراسیون و مقادیر دقیق اولیه وضعیت، به الگوریتم اعمال می‌گردند. همگرایی کامل پارامترهای کالیبراسیون، با اعمال تنها یک درصد میزان پارامترهای اصلاحی در هر بار، برای حداقل ششصد بار اجرای الگوریتم پیشنهاد می‌گردد. نتایج خطای وضعیت در شکل ۳-۳ آمده است.



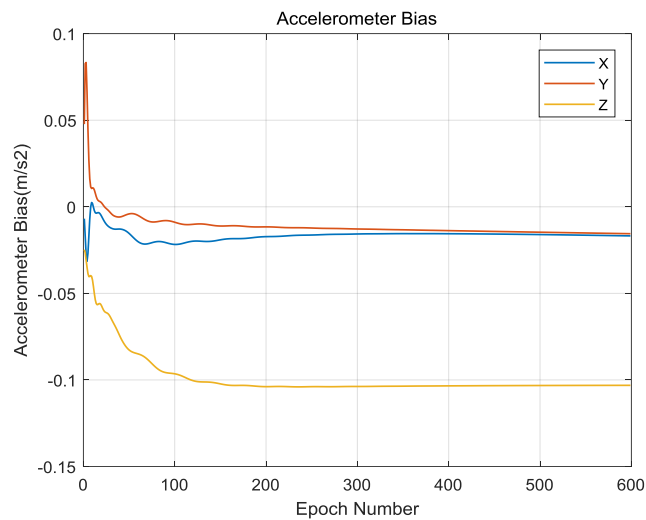
شکل ۳-۳- مقدار خطای وضعیت با پارامترهای کالیبراسیون اصلاحی در انتهای ناوبری

نتایج خطای سرعت در شکل ۳-۴ آمده است.



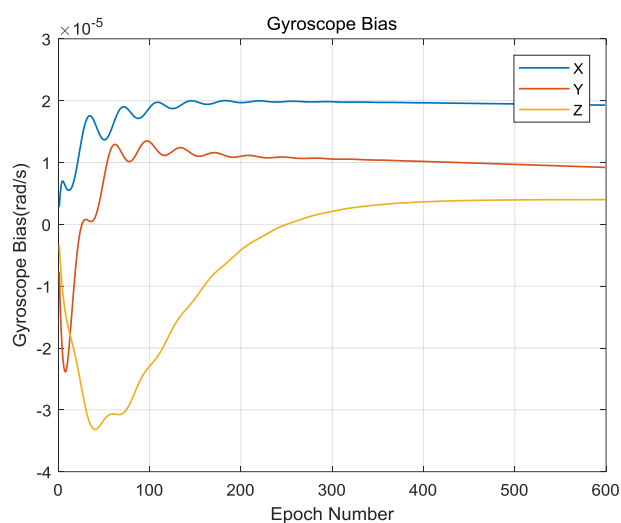
شکل ۳-۴- مقدار خطای سرعت با پارامترهای کالیبراسیون اصلاحی در انتهای ناوبری

منحنی مربوط به همگرایی پارامتر بایاس شتابسنج‌ها در شکل ۳-۵ آمده است.



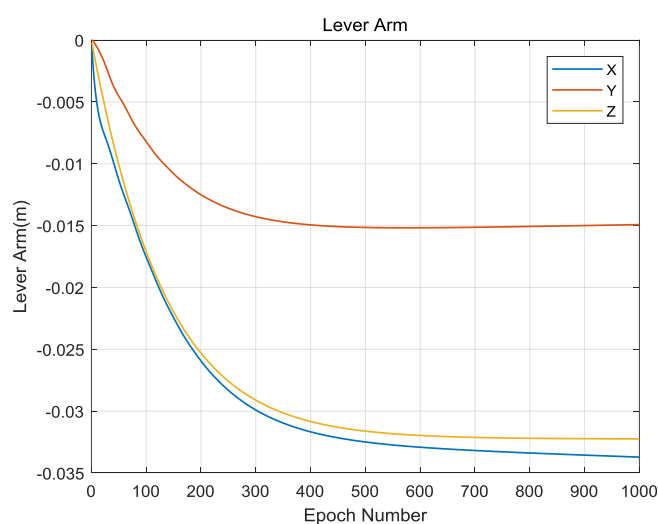
شکل ۳-۵- منحنی همگرایی پارامتر اصلاحی بایاس شتاب سنج‌ها در بهبود کالیبراسیون

منحنی مربوط به همگرایی پارامتر بایاس ژيروسکوپ‌ها در شکل ۳-۶ آمده است.



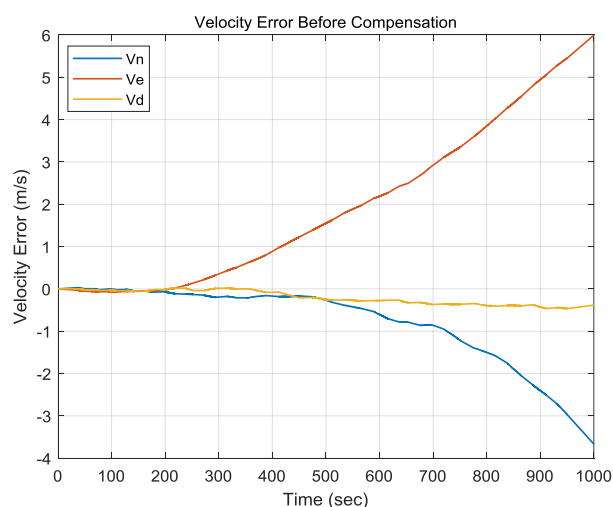
شکل ۳-۶- منحنی همگرایی پارامتر اصلاحی بایاس ژيروسکوپ ها در بهبود کالیبراسیون

منحنی مربوط به همگرایی پارامتر اثر طول بازو در شکل ۳-۷ آمده است.



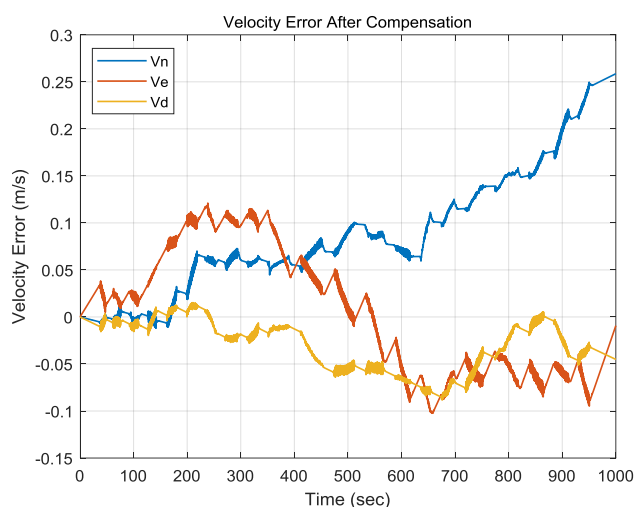
شکل ۳-۷- منحنی همگرایی پارامتر اصلاحی اثر طول بازو در بهبود کالیبراسیون

حال به منظور ارزیابی پارامترهای بهبود یافته، یک دسته داده هزار ثانیه‌ای از سامانه، با حرکات مختلف، ذخیره شده و با استفاده از پارامترهای اولیه و بهبود یافته، نوبری روی آنها انجام می‌گیرد. نتایج خطای سرعت برای دو حالت در شکل ۳-۸ و شکل ۳-۹ آمده است.



شکل ۳-۸- منحنی خطای سرعت برای هزار ثانیه داده ، قبل از جبران سازی پارامترهای کالیبراسیون

وجود اعوجاج در شکل ۳-۹ به دلیل حرکتی است که به منظور مدل سازی نوسانات دریا به سامانه اعمال شده است. این اعوجاج در شکل ۳-۸ نیز وجود دارد اما به دلیل بزرگ بودن خطای سرعت دیده نمی شود.



شکل ۳-۹- منحنی خطای سرعت برای هزار ثانیه داده ، بعد از جبران سازی پارامترهای کالیبراسیون

با توجه به وجود یک وضعیت دقیق به عنوان معیار، با بررسی داده ها و منحنی ها مشخص می گردد که بهبود مناسبی در نتایج حاصل گردیده است. با بررسی های انجام گرفته روی مکانیک مجموعه و محل نصب شتابسنج ها می توان نتیجه گیری کرد که مقادیر پارامترهای محاسبه شده برای طول بازو نیز مقادیری منطقی می باشد.

۳-۸- جمع بندی

با پیشرفت سنسورهای اینرسی، میزها و روش‌های معمول کالیبراسیون دیگر جوابگوی دقت مورد نیاز برای پارامترهای کالیبراسیون نمی‌باشند. تخمین پارامترهایی نظیر اثر طول بازو با استفاده از روش‌های متعارف تفکیکی دشوار می‌باشد. در این فصل ابتدا مدلی برای کالیبراسیون سیستماتیک سامانه‌های اندازه‌گیری اینرسی استخراج شده‌است که در هر لحظه از زمان و برای حرکت‌های ساده و ترکیبی، خطای ماتریس دوران و سرعت را به صورت تابعی از پارامترهای کالیبراسیون بیان می‌کند. در ادامه، الگوریتم کالیبراسیون سیستماتیک، تنها با استفاده از یک وضعیت مشخص و دقیق، ارائه گردید. الگوریتم پیشنهادی، دارای مشکلات عدم مشاهده پذیری کامل پارامترها نمی‌باشد. همچنین در روش پیشنهادی، محورهای سامانه در کالیبراسیون، بر مبنای شاخص‌های مکانیکی روی مجموعه تعیین می‌گردد. با استفاده از داده‌های واقعی نیز مشخص گردید الگوریتم پیشنهادی، تخمین مناسبی از پارامترهای کالیبراسیون دارد و مقدار تخمین پارامترهای اثر طول بازو، با ساختار مکانیکی سامانه، مطابقت دارد.

فصل چهارم: توجیه اولیه دقیق بر مبنای تلفیق روش سنتی و فیلترکالمن

۴-۱- مقدمه

در این فصل، با الهام از روش شمالیابی سامانه های ناوبری مبتنی بر صفحه پایدار [۲۷~۲۹] و همچنین بر مبنای ساختار فیلتر کالمن [۱۷]، یک الگوریتم پیشنهادی توجیه اولیه سامانه های ناوبری اینرسی در شرایط دریا بر مبنای فیدبک سیگنال کنترلی ارائه گردیده است. این سیگنال کنترلی، بر مبنای ساختارهای سنتی صفحه پایدار، خطای سرعت در راستای شمال می باشد که به کانال سمت فیدبک می گردد. این پیاده سازی روی ساختار فیلتر کالمن اعمال گردیده و بر مبنای نتایج شبیه سازی، باعث بهبود محسوسی در سرعت همگرایی کانال سمت گردیده است. در این فصل فرضیات مسئله مطابق بخش ۱-۵ می باشد.

۴-۲- روش سنتی شمالیابی

این روش، مورد استفاده در صفحه پایدار می باشد به همین دلیل چندان در مراجع جدید برای کاربردهای بدون صفحه پایدار مد نظر نبوده است. کلیات این روش به این صورت می باشد که در آن از سه حلقه کنترلی به منظور تنظیم زوایای فراز، غلت و سمت استفاده گردیده است. دو حلقه کنترلی فراز و غلت بر مبنای خروجی شتابسنج ها، فرامینی را برای موتورهای صفحه پایدار به منظور تراز کردن صفحه صادر می کنند و به صورت حلقه بسته، خروجی دو کانال شتابسنج افقی را در مرحله اول با تراز کردن صفحه، صفر می کنند. در ادامه به دلیل وجود تصویر سرعت زاویه ای زمین روی ژيروسکوپ کانال شرق (به دلیل انحراف از شرق)، بر مبنای انتگرال گیری از شتابسنج شمال، فرامینی به موتور کانال سمت ارسال می گردد. این چرخش زاویه سمت صفحه تا جایی ادامه می یابد که دیگر دریافتی روی شتابسنج کانال شمال ایجاد نگردد و این به آن معنی است که ژيروسکوپ شرق در جهت شرق قرار گرفته و دیگر هیچ تصویری از سرعت زاویه ای زمین روی آن نمی افتد. البته ساختار کلی در صفحه پایدار دارای پیچیدگی هایی می باشد و در اینجا کلیات عملکرد بیان گردید. این فرایند به صورت عملکردی در ساختارهای بدون صفحه پایدار، با اندکی تغییر قابل استفاده می باشد که در ادامه این فصل بیان می گردد.

۴-۳- مدل انتشار خطای ناوبری

مدل انتشار خطای مورد استفاده، مدل خطای خطی شده حول نقطه کار و دارای شش متغیر حالت و بر مبنای مدل خطای φ می‌باشد. حالات مورد استفاده، سرعت‌ها و خطاهای زاویه φ می‌باشند. متغیرهای حالت مدل به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$x = [\delta V_N \ \delta V_E \ \delta V_D \ \varphi_N \ \varphi_E \ \varphi_D]^T \quad (۱-۴)$$

که در آن δV خطای سرعت و φ خطای زاویه می‌باشد. برای شرایطی که جابجایی موقعیت وسیله متحرک اتفاق نیفتد، مدل انتشار خطای سرعت نیز به صورت زیر می‌باشد [۱۷]:

$$\begin{cases} \delta \dot{V}_N = -f_D \varphi_E + f_E \varphi_D + 2\omega_D \delta V_E + B_N \\ \delta \dot{V}_E = f_D \varphi_N - f_N \varphi_D - 2\omega_D \delta V_N + 2\omega_N \delta V_D + B_E \\ \delta \dot{V}_D = -f_E \varphi_N + f_N \varphi_E - 2\omega_N \delta V_E + B_D \end{cases} \quad (۲-۴)$$

که در آن f شتاب و ω سرعت زاویه‌ای در دستگاه ناوبری می‌باشد. برای زوایا نیز مدل زیر استفاده می‌گردد [۱۷]:

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_N = \omega_D \varphi_E + \frac{1}{r} \delta V_E - D_N \\ \dot{\varphi}_E = -\omega_D \varphi_N + \omega_N \varphi_D - \frac{1}{r} \delta V_N - D_E \\ \dot{\varphi}_D = -\omega_N \varphi_E - \frac{\tan L}{r} \delta V_E - D_D \end{cases} \quad (۳-۴)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} [f_N \ f_E \ f_D]^T &= C_B^N f^B \\ [B_N \ B_E \ B_D]^T &= C_B^N \delta f^B \\ [D_N \ D_E \ D_D]^T &= C_B^N \delta \omega_{IB}^B \\ \omega_N &= \omega_{ie} \cos L \quad \omega_D = -\omega_{ie} \sin L \end{aligned} \quad (۴-۴)$$

B و D تصویر بایاس شتاب‌سنج‌ها و ژيروسکوپ‌ها در دستگاه جغرافیایی و ω_{ie} سرعت زاویه‌ای زمین نسبت به دستگاه اینرسی می‌باشند. δf^B و $\delta \omega_{IB}^B$ خطای سنسورها در دستگاه بدنی، L عرض جغرافیایی و r شعاع متوسط زمین می‌باشد. با فرض این که ژيروسکوپ‌ها دارای خطای بایاس نمی‌باشند و یا اینکه میزان خطای بایاس ژيروسکوپ‌ها را در خطای نهایی بپذیریم (به دلیل عدم مشاهده پذیری خطای بایاس ژيروسکوپ‌ها در حالت کلی در مسئله شمالیابی)، با توجه به معادله (۳-۴) مشاهده می‌گردد که هرگونه بایاس روی سنسورها خود را به صورت یک خطای زاویه نشان می‌دهد و تا زمانی که این

بایاس جبران نگردد، این خطای زاویه وجود خواهد داشت و این خطای زاویه سبب ایجاد خطا در صفحه پایدار تحلیلی و در نتیجه خطا در تصویر شتاب‌سنج‌ها و در پی آن مطابق معادله (۴-۲) سبب ایجاد خطای سرعت دائمی می‌گردد. در این حالت معادله خطای زوایا به همراه سیگنال کنترلی سرعت در سمت $(c\delta V_N)$ به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_N = \omega_D \varphi_E + \frac{1}{r} \delta V_E \\ \dot{\varphi}_E = -\omega_D \varphi_N + \omega_N \varphi_D - \frac{1}{r} \delta V_N \\ \dot{\varphi}_D = -\omega_N \varphi_E - \frac{\tan L}{r} \delta V_E + c\delta V_N \end{cases} \quad (4-5)$$

۴-۴- فیلتر کالمن با سیگنال کنترلی

مدل سیستم را همراه با سیگنال کنترلی به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$x_k = \Phi_{k,k-1} x_{k-1} + C u_{k-1} + G w_{k-1} \quad (4-6)$$

که در آن u_k سیگنال کنترلی مشخص می‌باشد. در این حالت ساختار فیلتر کالمن به صورت زیر تبدیل می‌گردد [۶۲]:

$$\hat{x}_k = \Phi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1} + C u_{k-1} + K_k (z_k - H \Phi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1} - H C u_{k-1}) \quad (4-7)$$

مقدار K_k از طریق روش‌های معمول فیلتر کالمن محاسبه می‌گردد. لازم به یادآوری است که وجود سیگنال کنترلی مشخص در معادله سیستم، در روابط مربوط به بهره فیلتر کالمن تاثیری ندارد و تنها تخمین اولیه بردار حالت رابطه (۴-۷) به صورت زیر تغییر می‌کند [۶۲]:

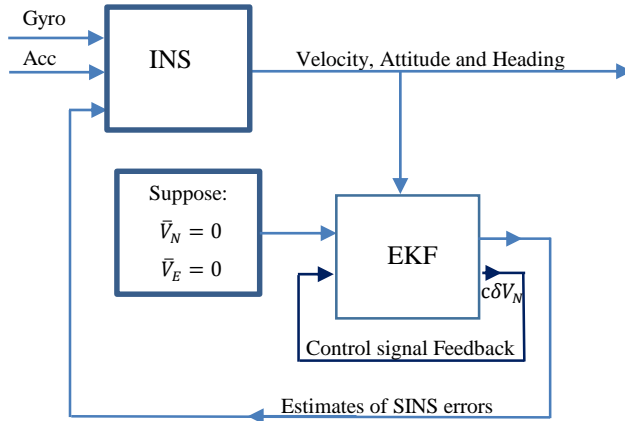
$$\hat{x}_{k/k-1} = \Phi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1} + C u_{k-1} \quad (4-8)$$

ساختار پیاده سازی شده بر مبنای فیدبک سیگنال کنترلی، به صورت شکل ۵-۱ می‌باشد.

۴-۵- مدل فضای حالت

با توجه به بخش قبل مدل فضای حالت به صورت سیستم زیر می‌باشد:

برای Φ :



شکل ۴-۱- ساختار فیدبک کنترلی سرعت روی فیلتر کالمن

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 & 2\omega_D & 0 & 0 & -f_D & f_E \\ -2\omega_D & 0 & 2\omega_N & f_D & 0 & -f_N \\ 0 & -2\omega_N & 0 & -f_E & f_N & 0 \\ 0 & 1/r & 0 & 0 & \omega_D & 0 \\ -1/r & 0 & 0 & -\omega_D & 0 & \omega_N \\ 0 & -\tan L/r & 0 & 0 & -\omega_N & 0 \end{bmatrix} \quad (4-9)$$

G و

$$G = \begin{bmatrix} C_b^n & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & -C_b^n \end{bmatrix} \quad (4-10)$$

u و C

$$u = \delta V_N \quad C = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ c]^T \quad (4-11)$$

۴-۶- اندازه گیری ها

اندازه گیری های مورد استفاده، خطاهای سرعت می باشد که با ماتریس کواریانس مشخص R وارد

فیلتر می گردند:

$$y = [\delta V_m]^T \quad (4-12)$$

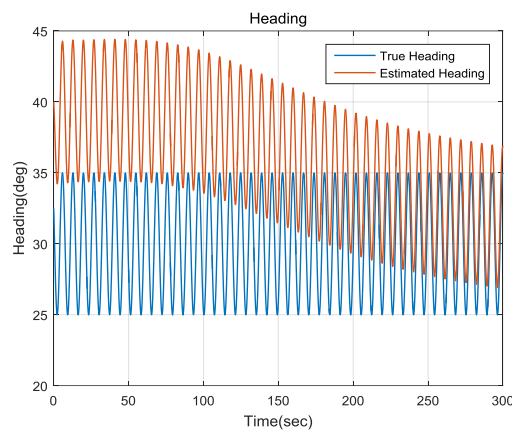
و ماتریس H به شکل زیر است:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-13)$$

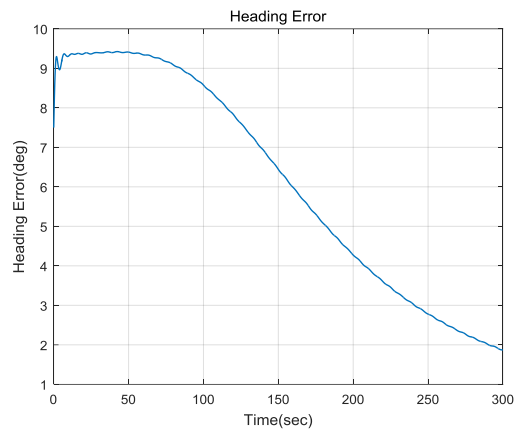
۴-۷- شبیه سازی

به منظور بررسی عملکرد الگوریتم پیشنهادی در بهبود سرعت همگرایی، از داده‌های شبیه‌سازی استفاده گردید. در این شبیه‌سازی از مدل سامانه ارائه شده در ضمیمه ۲ استفاده گردید. همچنین برای بررسی عملکرد الگوریتم در شرایط دریا، از مدل تلاطم دریای ارائه شده در ضمیمه ۳ استفاده شد. برای شرایط نوسانات شبیه‌سازی دریا، نتایج در ادامه بیان گردیده‌است.

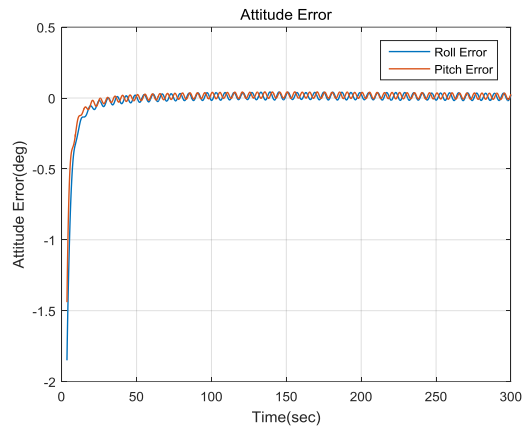
ابتدا بدون استفاده از فیدبک اندازه‌گیری خطای سمت، با استفاده از داده‌های مدل نوسانات دریا، نتایج را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در این حالت خطای زاویه سمت اولیه را حدود ده درجه در نظر می‌گیریم و برای سیصد ثانیه فیلتر اجرا می‌گردد. رفتار کند روش متداول (بدون اندازه‌گیری سمت) در شکل‌های ۲-۴ تا ۴-۴، مشخص می‌باشد. مطابق شکل ۳-۴ بعد از سیصد ثانیه هنوز همگرایی کامل در سمت ایجاد نشده‌است.



شکل ۴-۲- تخمین زاویه سمت با استفاده از روش‌های معمول فیلتر کالمن و بدون استفاده از فیدبک خطای سمت

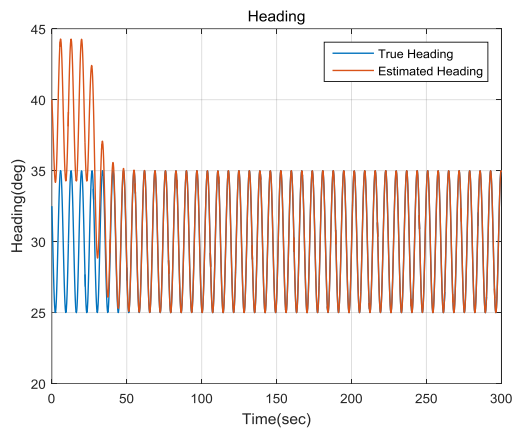


شکل ۴-۳- خطای زاویه سمت با استفاده از روش های معمول فیلتر کالمن و بدون استفاده از فیدبک خطای سمت

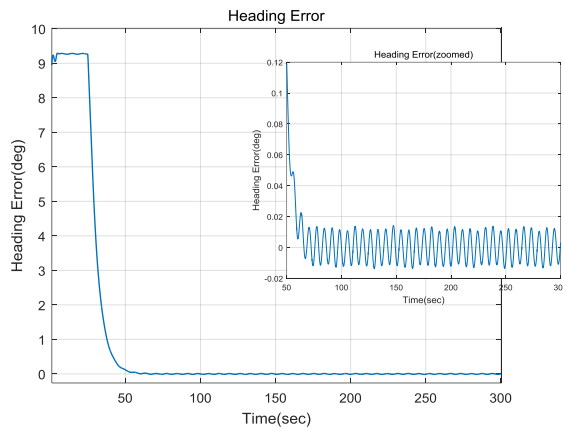


شکل ۴-۴- خطای زاویه فراز و غلت با روش معمول فیلتر کالمن و بدون استفاده از فیدبک خطای سمت

در ادامه برای حالت وجود نوسانات دریا و با استفاده از خطای سرعت در راستای شمال به عنوان خطای اندازه‌گیری شبیه‌سازی را تکرار می‌کنیم. نتایج به صورت شکل‌های ۴-۵ تا ۴-۷ می‌باشد. در این حالت نیز خطای اولیه زاویه سمت ده درجه در نظر گرفته شده‌است.

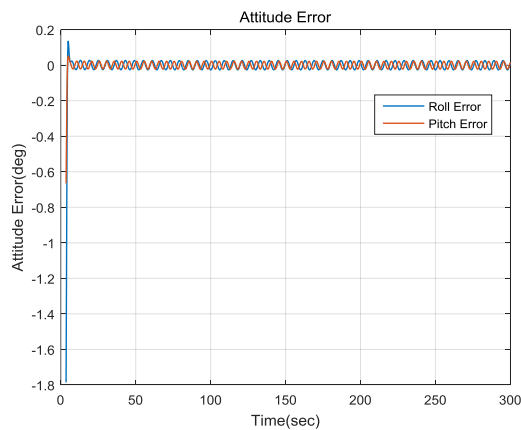


شکل ۴-۵- تخمین زاویه سمت با استفاده از فیدبک خطای سمت



شکل ۴-۶- خطای زاویه سمت با استفاده از فیدبک خطای سمت

همانطور که در شکل ۴-۶ مشخص می‌باشد همگرایی در کمتر از شصت ثانیه اتفاق افتاده است.



شکل ۴-۷- خطای زاویه فراز و غلت با استفاده از فیدبک خطای سمت

۴-۸- جمع بندی

به دلیل همگرایی کند سامانه‌های ناوبری اینرسی در مسئله شمالیابی در شرایط دریا در کانال سمت، استفاده از روش‌های معمول در تنظیم دقیق نمی‌تواند سرعت همگرایی مناسبی را ایجاد کند. در این فصل به منظور افزایش سرعت همگرایی در تنظیم زاویه سمت از خطای سرعت ناشی از تصویر سرعت زاویه‌ای زمین روی ژيروسکوپ کانال شرق (کانال شرق تحلیلی)، به منظور تنظیم زاویه سمت استفاده گردید. بدین منظور، ابتدا فیلتری برای ایجاد صفحه تراز تحلیلی مورد استفاده قرار می‌گیرد. طبق معادلات، هرگونه خطای بایاسی که روی ژيروسکوپ‌ها باشد به صورت خطا در زاویه خود را نشان می‌دهد. این خطای بایاس روی ژيروسکوپ‌ها می‌تواند ناشی از خطای زاویه سمت باشد. یعنی خطا در زاویه سمت می‌تواند یک خروجی اشتباه به صورت بایاس ژيروسکوپ‌ها نشان دهد. این خطای کوچک در زاویه، سبب کجی کوچکی در صفحه تراز تحلیلی نسبت به افق محلی می‌گردد که سبب ایجاد تصویر شتاب در محورهای افقی می‌گردد. خطا در تصویر شتاب، سبب ایجاد یک خطای همیشگی در کانال سرعت (تا زمانی که سمت جبران نشده باشد) می‌گردد. در طرح مورد نظر، خطای ژيروسکوپ شرق سبب ایجاد خطای φ_E و آن هم سبب ایجاد خطا در δV_n می‌گردد که با خطای سمت نسبت دارد. در این پژوهش نشان داده شد که اگر از داده‌های سرعت به عنوان خطای اندازه‌گیری سمت در فیلتر استفاده گردد، سرعت همگرایی زاویه سمت نسبت به روش‌های معمول، افزایش می‌یابد. در الگوریتم پیشنهادی، خطای سرعت کانال شمال به عنوان سیگنال کنترلی مورد استفاده قرار گرفت. الگوریتم پیشنهادی، به صورت همزمان از روش‌های سنتی و فضای حالت استفاده می‌کند. با توجه به نتایج شبیه‌سازی، این الگوریتم نسبت به روش‌های معمول فیلتر کالمن، در سرعت همگرایی زاویه سمت بهبود ایجاد کرده است. در ساختارهای قدیمی دارای صفحه پایدار از روشی مشابه این روش برای تنظیم زاویه سمت استفاده گردیده است. بر مبنای تست‌های انجام شده، برای سامانه‌هایی که در شرایط محیطی شبه استاتیک قرار دارند نیز استفاده از این روش دارای همگرایی مطلوبی بوده و پیشنهاد می‌گردد.

فصل پنجم: توجیه اولیه دقیق بر مبنای فیلتر کالمن غیرخطی بی بو با تنظیم ضرائب

۵-۱- مقدمه

در توجیه اولیه سامانه‌های ناوبری اینرسی در دریا در شرایطی که خطای اولیه زوایا زیاد باشد، مدل‌های خطی به همراه فیلتر کالمن معمولاً همگرایی مناسبی ایجاد نمی‌کنند. استفاده از مدل‌های غیرخطی و حذف مرحله توجیه اولیه غیردقیق می‌تواند در افزایش سرعت همگرایی موثر باشد. استفاده از مدل‌های غیرخطی در توجیه اولیه سامانه‌های ناوبری اینرسی در دریا به همراه فیلترهای غیرخطی در بسیاری از مراجع ارائه شده است [۴۷، ۴۶، ۴۴]. روش‌های مورد استفاده، فیلترهایی نظیر فیلتر کالمن توسعه یافته^۱، فیلتر کالمن بی بو^۲ و فیلتر ذره‌ای^۳ می‌باشند. به دلیل دقت مناسب و انعطاف‌پذیری خوب در فرایند پیاده‌سازی، فیلتر کالمن بی بو نیز در مواردی در توجیه اولیه سامانه‌های ناوبری اینرسی در دریا مورد استفاده قرار گرفته است [۶۰، ۴۱، ۹].

در این فصل، الگوریتم یک فیلتر کالمن بی بو^۴ با تنظیم ضرائب پیشنهاد می‌گردد که به منظور بهبود توجیه اولیه سامانه‌های ناوبری اینرسی در دریا طراحی گردیده است. در فیلتر پیشنهادی، ماتریس کواریانس نویز اندازه‌گیری بر مبنای حالت‌های مختلف سامانه، تنظیم می‌گردد. در شرایط دریا در برخی از موارد نوسانات غیر دوره‌ای^۵ ناشی از شرایط دریا وجود دارد که این حرکت‌ها سبب ایجاد شتاب‌های خطی کوتاه مدت می‌گردند. در این وضعیت یک روش تنظیمی که باعث کاهش اثرات شتاب بر زمان توجیه اولیه گردد پیشنهاد می‌گردد. نوآوری اصلی این فصل دو مورد می‌باشد: اولاً یک دینامیک که با شتاب‌سنج سنجیده می‌شود در نظر گرفته شده است که حالت حرکت سیستم را تعیین می‌کند و اندازه‌گیری‌های شتاب‌سنج نیز به بردار اندازه‌گیری به منظور بهبود سرعت همگرایی اضافه شده‌اند. دوماً، بهره فیلتر کالمن بی بوی بر مبنای دینامیکی که توسط شتاب‌سنج سنجیده می‌شود تنظیم می‌گردد و

^۱ Extended Kalman Filter

^۲ Unscented Kalman Filter

^۳ Particle Filter

^۴ Adaptive Unscented Kalman Filter

^۵ Non periodic

اثر تغییرات شتاب در عملکرد فیلتر مدنظر قرار می‌گیرد. این روش تنظیمی می‌تواند عملکرد توجیه اولیه سامانه‌های ناوبری اینرسی را در شرایط دریا بهبود بخشد. در این فصل فرضیات مسئله مطابق بخش ۱-۵ می‌باشد.

مطالب این فصل به شرح ذیل می‌باشد: در بخش دوم، مدل غیرخطی خطای سامانه ناوبری اینرسی بر مبنای خطای زوایای اوایلر به همراه مدل اندازه‌گیری بیان گردیده است. کلیات فیلتر کالمن بی‌بو در بخش سوم بیان شده است. استراتژی بهره تنظیمی در بخش چهارم ارائه و در بخش پنجم نتایج تست‌ها بیان گردیده است. در بخش ششم جمع‌بندی فصل ارائه شده است.

۵-۲- مدل غیر خطی خطای سامانه ناوبری اینرسی بر مبنای زوایای اوایلر

در این بخش مدل غیرخطی خطای ترازبایی اولیه سامانه ناوبری اینرسی برای شرایط لنگرگاه یک کشتی با خطای اولیه بزرگ ارائه خواهد شد. مدل ارائه شده در اینجا از مرجع [۳۹] می‌باشد. در این مدل دستگاه n ، دستگاه ناوبری محاسباتی می‌باشد که دارای خطا بوده و محاسبات ناوبری در آن انجام می‌گیرد.

۵-۲-۱- مدل غیرخطی انتشار خطا

فرض می‌کنیم خطای ژيروسکوپ‌ها شامل دریافت ثابت ε و نویز گوسی با متوسط صفر ω_g می‌باشد. همچنین خطای شتاب‌سنج‌ها نیز شامل بایاس ثابت ∇ و نویز گوسی با میانگین صفر ω_a می‌باشد. در شرایط دریا، معادلات حالت غیرخطی برای توجیه اولیه به صورت زیر می‌باشند:

$$\begin{cases} \dot{\phi} = C_{\phi}^{-1} \left((I_3 - C_n^n) \omega_{ie}^n - C_b^n \varepsilon \right) - C_{\phi}^{-1} C_b^n \omega_g \\ \delta \dot{v}^n = (I_3 - (C_n^n)^T) C_b^n \tilde{f}^b + (C_n^n)^T C_b^n \nabla - 2\omega_{ie}^n \times \delta v^n + (C_n^n)^T C_b^n \omega_a \\ \dot{\varepsilon} = 0 \\ \dot{\nabla} = 0 \end{cases} \quad (5-1)$$

که در آن:

$$C_{\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin(\phi_y) \\ 0 & \cos(\phi_x) & \sin(\phi_x) \cos(\phi_y) \\ 0 & -\sin(\phi_x) & \cos(\phi_x) \cos(\phi_y) \end{bmatrix} \quad (5-2)$$

در رابطه بالا مقادیر ϕ خطای زوایای اویلر می‌باشند. یعنی اختلاف بین دو دستگاه n و \dot{n} . طبق رابطه (۵-۱) تعداد حالات در نظر گرفته شده دوازده حالت و شامل خطای زوایا، خطای سرعت‌ها، بایاس ژيروسکوپ‌ها و بایاس شتاب‌سنج‌ها می‌باشند.

$$x(t) = [(\phi(t))^T \quad (\delta v^n(t))^T \quad (\varepsilon(t))^T \quad (\nabla(t))^T] \quad (۵-۳)$$

۵-۲-۲-۵- مدل اندازه‌گیری

در شرایطی که کشتی در لنگرگاه باشد به دلیل اینکه جابجایی فیزیکی ندارد فرض می‌کنیم که میانگین شتاب‌های غیرجاذبی وارد بر آن صفر می‌باشد. در نتیجه میانگین اندازه شتاب خروجی شتاب-سنج‌ها نیز برابر شتاب جاذبه (شتاب‌سنج‌ها عکس العمل سطح را اندازه‌گیری می‌کنند) می‌باشد. بردار شتاب جاذبه در دستگاه ناوبری به صورت زیر می‌باشد:

$$f^n = [0 \quad 0 \quad -g]^T \quad (۵-۴)$$

بردار شتاب در دستگاه n' را می‌توان با استفاده از شتاب اندازه‌گیری شده در دستگاه بدنی محاسبه کرد:

$$f^{\dot{n}} = C_b^{\dot{n}} f^b = C_n^{\dot{n}} C_b^n f^b \quad (۵-۵)$$

در این حالت باقیمانده شتاب را به صورت اختلاف شتاب بین دستگاه n و دستگاه \dot{n} تعریف می‌کنیم و به عنوان بردار اندازه‌گیری برای فیلتر غیرخطی در نظر می‌گیریم:

$$Z_1 = \delta f = f^n - f^{\dot{n}} \quad (۵-۶)$$

به دلیل عدم جابجایی فیزیکی مجموعه می‌دانیم که $\delta v^n = \delta v^{\dot{n}}$. در این شرایط $Z_2 = \delta v^n$ به عنوان اندازه‌گیری دیگر فیلتر غیرخطی در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه با ترکیب دو اندازه‌گیری Z_1 و Z_2 ، بردار اندازه‌گیری به صورت زیر می‌باشد:

$$Z(t) = \begin{bmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \end{bmatrix} = h(x(t)) + v(t) \quad (۵-۷)$$

در این معادله بردار نویز اندازه‌گیری $v(t)$ نویز سفید گوسی با میانگین صفر و ماتریس کواریانس R در نظر گرفته می‌شود.

۵-۳- فیلتر کالمن بی بو

انتقال بی بو^۱ که در سال ۲۰۰۰ ارائه گردید، به منظور تقریب تابع توزیع احتمال با استفاده از حداقل نقاطی که با دقت انتخاب شده‌اند، مورد استفاده قرار می‌گیرد [۶۳]. انتقال بی بو بخشی از فیلتر کالمن بی بو می‌باشد که به منظور انتقال نقاط سیگما از یک سیستم غیرخطی، مورد استفاده قرار می‌گیرد. نقاط سیگما بر مبنای فرض اولیه تابع توزیع انتخاب می‌شوند. گسترش این نقاط از نقاط اولیه، بر مبنای ضرائب انتخاب شده برای انتقال بی بو انجام می‌گیرد. ضرائب انتقال بی بو در حالت کلی با سه پارامتر اصلی مشخص می‌گردند. پارامتر اولیه α که گسترش نقاط سیگما را نشان می‌دهد. این پارامتر معمولاً بین 10^{-4} و 1 در نظر گرفته می‌شود. کوچک بودن مقدار α سبب نزدیک شدن نقاط سیگما به یکدیگر می‌گردد. پارامتر دوم β می‌باشد که شامل اطلاعاتی از تابع توزیع اولیه می‌باشد. برای تابع توزیع گوسی مقدار بهینه $\beta = 2$ می‌باشد. پارامتر سوم κ می‌باشد که معمولاً صفر در نظر گرفته می‌شود. بر این مبنا بردار وزن‌دهی برای مقادیر میانگین (W^m) و کواریانس (W^c) مشخص می‌گردد:

$$\begin{aligned}\lambda &= \alpha^2(N + \kappa) - N \\ \gamma &= \sqrt{N + \lambda} \\ W_0^m &= \frac{\lambda}{N + \lambda} \\ W_0^c &= \frac{\lambda}{N + \lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta) \\ W_i^m &= W_i^c = \frac{1}{2(N + \lambda)} \cdot i = 1, \dots, 2N\end{aligned}\tag{۵-۸}$$

که در آن N تعداد حالات می‌باشد.

۵-۳-۱- الگوریتم فیلتر کالمن بی بو

یک سیستم غیرخطی گسسته در زمان به همراه نویزهای جمع‌شونده، به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned}x_k &= f(x_{k-1}) + w_{k-1} \\ z_k &= h(x_k) + v_k\end{aligned}\tag{۵-۹}$$

که در آن بردار حالت، بردار اندازه‌گیری و $f(\cdot)$ و $h(\cdot)$ توابع غیرخطی هستند. w_k و v_k نویز گوسی غیر وابسته با میانگین صفر و با ماتریس کواریانس زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned} E[w_k w_j^T] &= \delta_{kj} Q_k \\ E[v_k v_j^T] &= \delta_{kj} R_k \\ E[w_k v_j^T] &= 0 \end{aligned} \quad (5-10)$$

فرض می‌شود که حالت اولیه \hat{x}_0 بر مبنای عدم قطعیت مقادیر اولیه مشخص و کواریانس آن برابر ماتریس کواریانس اولیه P_0 می‌باشد. همچنین بعد یک نقطه سیگما برابر تعداد حالات می‌باشد ($N = n_x$). با شروع از مقادیر اولیه \hat{x}_0 و P_0 الگوریتم فیلتر کالمن بی‌بو به صورت بازگشتی می‌تواند ادامه یابد. در هر مرحله k ، ابتدا یک دسته از نقاط سیگما بر مبنای تخمین قبلی حالت \hat{x}_{k-1} و کواریانس قبلی \hat{P}_{k-1} به صورت زیر تولید می‌شوند:

$$X_{k-1} = [\hat{x}_{k-1} \quad \hat{x}_{k-1} + \gamma\sqrt{P_{k-1}} \quad \hat{x}_{k-1} - \gamma\sqrt{P_{k-1}}] \quad (5-11)$$

که در آن X_{k-1} یک ماتریس $N \times (2N + 1)$ از نقاط سیگما می‌باشد که هر ستون از این ماتریس بیانگر یک نقطه سیگما است. روش جداسازی چولسکی^۱ به منظور محاسبه جذر P_{k-1} مورد استفاده قرار می‌گیرد. در ادامه هر نقطه سیگما از تابع غیرخطی f عبور داده می‌شود. از آنجا که نویز فرایند به صورت جمع شونده با میانگین صفر در نظر گرفته شده است، می‌توان از آن در تابع پیش‌بینی صرف نظر کرد:

$$X_{i,k|k-1}^* = f(X_{i,k-1}) \cdot i = 0.1. \dots. 2N \quad (5-12)$$

در رابطه بالا i بیانگر ستون i ام از ماتریس X_{k-1} می‌باشد. حال میانگین و کواریانس این نقاط سیگما پس از انتقال، با در نظر گرفتن وزن‌ها، محاسبه می‌گردد.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k|k-1} &= \sum_{i=0}^{2N} W_i^m X_{i,k|k-1}^* \\ P_{k|k-1} &= Q_{k-1} + \sum_{i=0}^{2N} W_i^c (X_{i,k|k-1}^* - \hat{x}_{k|k-1}) (X_{i,k|k-1}^* - \hat{x}_{k|k-1})^T \end{aligned} \quad (5-13)$$

^۱ Cholesky decomposition method

در رابطه بالا Q ماتریس کواریانس نویز فرایند می‌باشد. در ادامه نقاط سیگمای منتقل شده از تابع مشاهدات عبور داده می‌شود. از آنجا که نویز اندازه‌گیری با میانگین صفر و جمع شونده است، در نظر گرفته نمی‌شود:

$$\eta_{i.k|k-1} = h(X_{i.k|k-1}) . i = 0.1. \dots .2N \quad (5-14)$$

این نقاط سیگما در ادامه برای محاسبه خروجی پیش‌بینی، ماتریس کواریانس خروجی، و کواریانس بین حالت‌ها و خروجی استفاده می‌گردد:

$$\hat{z}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2N} W_i^m \eta_{i.k|k-1}$$

$$P_{k|\hat{z}_k \hat{z}_k} = R_k + \sum_{i=0}^{2N} W_i^c (\eta_{i.k|k-1} - \hat{z}_{k|k-1}) (\eta_{i.k|k-1} - \hat{z}_{k|k-1})^T \quad (5-15)$$

$$P_{k|\hat{x}_k \hat{z}_k} = \sum_{i=0}^{2N} W_i^c (X_{i.k|k-1}^* - \hat{x}_{k|k-1}) (X_{i.k|k-1}^* - \hat{x}_{k|k-1})^T$$

در ادامه از ماتریس کواریانس محاسبه شده به منظور محاسبه ماتریس بهره فیلتر کالمن بی K_k استفاده می‌گردد:

$$K_k = P_{k|\hat{x}_k \hat{z}_k} P_{k|\hat{z}_k \hat{z}_k}^{-1} \quad (5-16)$$

سپس از ماتریس بهره فیلتر کالمن بی K_k به منظور برورسانی حالات و ماتریس کواریانس استفاده می‌گردد:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k|k-1} + K_k (z_k - \hat{z}_{k|k-1})$$

$$P_k = P_{k|k-1} - K_k P_{k|\hat{x}_k \hat{z}_k} K_k^T \quad (5-17)$$

در رابطه بالا z_k بردار اندازه‌گیری و \hat{x}_k و P_k تخمین‌های حالت و ماتریس کواریانس بعد از برورسانی اندازه‌گیری می‌باشند. این تخمین‌ها به عنوان مقادیر لحظه قبل $(k-1)$ برای بازه زمانی بعدی مورد استفاده قرار می‌گیرند. این فرایند به منظور دستیابی به تخمین‌های مطلوب در هر لحظه ادامه می‌یابد.

۵-۴- فیلتر کالمن بی بوی تنظیم شونده

در شرایطی که دریا آرام باشد و دامنه و قدرت امواج کم باشد، سامانه ناوبری اینرسی تقریباً در شرایط استاتیکی قرار دارد و در این شرایط مقادیر اولیه در نظر گرفته شده برای Q_k و R_k مناسب بوده

و خطای تخمین کم خواهد بود. در شرایطی که نوسانات دریا شدید و قوی باشد، شتاب‌سنج‌ها علاوه بر مقدار شتاب جاذبه، شتابی هم ناشی از نوسانات شدید دریا اندازه‌گیری می‌کنند. در این حالت به منظور دستیابی به خطای تخمین کمتر، مقادیر R_k به وسیله مقدار اسکالر زیر تنظیم می‌شود:

$$I = \left| \sqrt{f_{bx}^2 + f_{by}^2 + f_{bz}^2} - g \right| \quad (5-18)$$

که در آن f_b ها خروجی شتاب‌سنج‌ها می‌باشند. بر مبنای رابطه بالا مقدار اسکالر I اندازه شتاب غیر جاذبه‌ای وارد بر سامانه می‌باشد. مطابق معادلات فیلتر کالمن بی‌بو، کاهش مقادیر ماتریس کواریانس اندازه‌گیری R_k باعث افزایش بهره فیلتر K_k می‌گردد و در نتیجه تصحیح در گام بعدی بیشتر انجام می‌گردد و این مسئله می‌تواند باعث افزایش سرعت همگرایی گردد. ماتریس کواریانس نویز اندازه‌گیری R_k بر مبنای شرایط زیر تنظیم می‌شود:

شرایط شبه ایستا (بدون شتاب):

در شرایطی که مقدار I از یک آستانه T_l کوچکتر باشد، فرض می‌شود که سامانه در شرایط شبه ایستا قرار دارد و در این حالت مقادیر ماتریس R_k به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$R_k = \text{diag}(\sigma_{vx}^2, \sigma_{vy}^2, \sigma_{vz}^2, \sigma_{fx}^2, \sigma_{fy}^2, \sigma_{fz}^2) \quad (5-19)$$

که در آن σ_v مقادیر واریانس نویز سرعت و σ_f مقادیر واریانس نویز شتاب‌سنج در شرایط شبه ایستا می‌باشند.

شرایط دینامیکی با شتاب بالا

در شرایطی که مقدار I از یک آستانه T_h بزرگتر باشد، فرض می‌شود که سامانه در شرایط شتاب-های شدید قرار دارد و در این حالت مقادیر ماتریس R_k باید افزایش یابند تا تاثیرپذیری از مقادیر اندازه‌گیری کاهش یابد. مقدار آستانه T_h بر مبنای تست‌های عملی و نیازهای طراحی، در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه مقادیر ماتریس R_k به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$R_k = \text{diag}(H_{vd}, H_{vd}, H_{vd}, H_{fd}, H_{fd}, H_{fd}) \quad (5-20)$$

که H ها مقادیر بزرگی هستند.

شرایط دینامیکی با شتاب کم

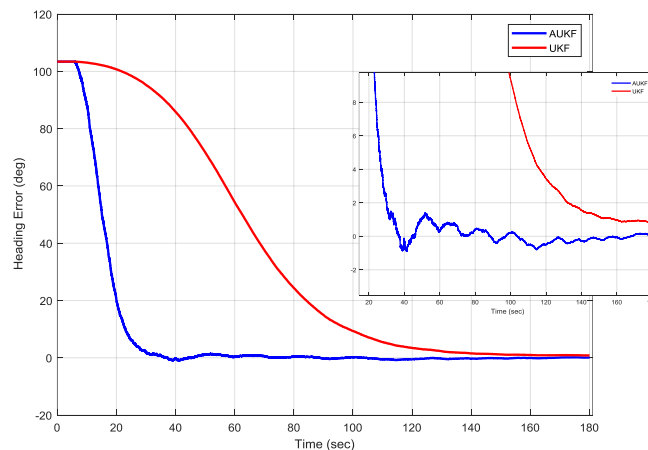
در شرایطی که مقدار اسکالر I بین مقدار آستانه پایین T_l و مقدار آستانه بالای T_h قرار دارد، مقادیر ماتریس کواریانس نويز اندازه‌گیری R_k بر مبنای مقدار I در نظر گرفته می‌شود، به گونه‌ای که با افزایش مقدار I مقادیر R_k نیز افزایش می‌یابد و با کاهش مقدار I مقادیر R_k کاهش می‌یابد. در این حالت مقادیر ماتریس R_k به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$R_{k_new} = R_k + k \text{diag}(I.I.I.I.I.I) \quad (5-21)$$

که مقدار k می‌تواند برای سرعت و شتاب متفاوت باشد و بر مبنای تست‌های عملی و نیازهای طراحی، در نظر گرفته می‌شود.

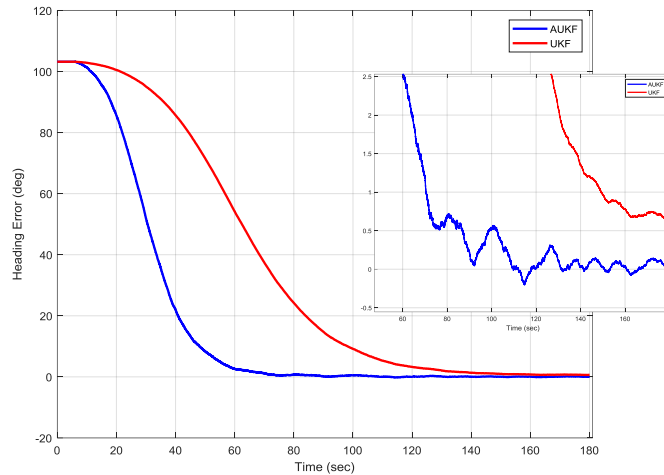
۵-۵- ارزیابی الگوریتم

به منظور ارزیابی الگوریتم پیشنهادی، از یک سامانه اندازه‌گیری اینرسی با مشخصات ارائه شده در ضمیمه ۲ استفاده شده‌است. همچنین به منظور مقایسه روش پیشنهادی با روش معمول فیلترهای تصادفی بی‌بو، همزمان الگوریتم فیلتر کالمن تصادفی بی‌بو به همراه الگوریتم تنظیمی پیشنهادی، اجرا گردید. از داده‌های شرایط نوسانی دریا برای ۱۸۰ ثانیه استفاده گردیده است. بر مبنای بهره‌های تنظیم شده، نتایج سرعت همگرایی زاویه سمت، برای حدود ۱۰۰ درجه خطای اولیه زاویه سمت، در شکل ۵-۱ آمده است.



شکل ۵-۱- همگرایی زاویه سمت با الگوریتم فیلتر کالمن بی‌بو و فیلتر کالمن بی‌بوی تنظیمی

همانطور که در شکل ۵-۱ مشخص است، فیلتر کالمن بی بوی تنظیمی بر مبنا تنظیم بهره‌ها می‌تواند دارای پاسخ بهتری نسبت به فیلتر کالمن بی بوی ساده باشد. البته بر مبنای بررسی نتایج در شرایط مختلف محیطی دریا، تنظیم مناسب مقادیر آستانه در فیلتر کالمن تنظیمی بی بوی اهمیت ویژه‌ای دارد. همچنین مطابق شکل ۵-۲ برای مقادیر آستانه متفاوت، سرعت همگرایی متفاوتی ایجاد می‌گردد.



شکل ۵-۲- خطای زاویه سمت در تغییر مقادیر آستانه فیلتر کالمن بی بوی تنظیمی

همانطور که از شکل‌های ۵-۱ و ۵-۲ مشخص است هرچه سرعت همگرایی افزایش یابد نوسانات زاویه سمت حول مقدار صفر دارای دامنه بیشتری خواهد بود که در تنظیم بهره فیلتر باید این موضوع مد نظر قرار گیرد.

۵-۶- جمع بندی

در این فصل، الگوریتمی بر مبنای فیلتر کالمن بی بوی تنظیمی برای توجیه اولیه سامانه‌های ناوبری در شرایط دریا ارائه گردید. الگوریتم پیشنهادی شامل دو نوآوری می‌باشد. اولاً اینکه باقیمانده شتاب نسبت به شتاب جاذبه به عنوان اندازه‌گیری جدید در طراحی فیلتر استفاده گردید. ثانیاً بهره فیلتر کالمن بی بوی به صورت تنظیمی بر مبنای باقیمانده شتاب، به منظور بهبود عملکرد فیلتر در سرعت همگرایی، اعمال گردیده است. روش پیشنهادی تا حدودی وابستگی دقت و سرعت همگرایی به شرایط متفاوت دریا را کاهش داده است اما همچنان انتخاب مقادیر حد آستانه و بهره‌ها در شرایط مختلف دریا،

متفاوت خواهد بود. نتایج بررسی‌ها نشان می‌دهد که روش پیشنهادی باعث افزایش سرعت همگرایی نسبت به روش‌های معمول در شرایط دریا می‌گردد.

فصل ششم: توجیه اولیه دقیق بر مبنای تکرار استفاده از داده ها

۶-۱- مقدمه

در این فصل، معادلات انتشار خطای ناوبری بر مبنای کواترنین‌ها در دستگاه اینرسی توسعه داده شده است. این توسعه به گونه‌ای می‌باشد که مدل انتشار خطا در کواترنین‌ها و سرعت‌ها بر مبنای خطای کواترنین اولیه، مشخص شده است. همچنین بر مبنای شتاب گریز از مرکز زمین، مقادیر سرعت در دستگاه اینرسی استخراج و به عنوان اندازه‌گیری مورد استفاده قرار گرفته است. پس از توسعه مدل انتشار خطای ناوبری، بر مبنای خطای کواترنین اولیه، این خطا بر اساس حداقل کردن مجموع مربعات خطای سرعت، در طول زمان توجیه اولیه، تخمین زده می‌شود. به دلیل اینکه در فرایند استخراج معادلات انتشار خطای ناوبری از خطاهای ضربی صرف‌نظر شده است، استفاده چندباره از داده سنسورها در بهبود دقت موثر می‌باشد. در این حالت می‌توان خروجی خطای کواترنین اولیه باز اجرا شده را به کواترنین اولیه اجرای بعد اضافه کرد و الگوریتم را مجدداً اجرا کرد. در توجیه اولیه سامانه‌های ناوبری اینرسی در دریا، بدون استفاده از سنسورهای کمکی، بایاس سنسورهای اینرسی دارای مشاهده‌پذیری کامل نمی‌باشند [۶۴-۶۷]. با توجه به این که سامانه ناوبری اینرسی در شرایط توجیه اولیه در دریا نیز دارای تغییر وضعیت دائمی می‌باشد، عملاً بایاس هیچ کدام از سنسورها مشاهده‌پذیر نمی‌باشد و آنچه که مشاهده‌پذیر است بایاس در کانالی از دستگاه ناوبری (و نه دستگاه بدنی) می‌باشد. با توجه به این مسئله، در تخمین خطاها از خطای مربوط به بایاس سنسورها صرف‌نظر شده است و مشاهده‌پذیری کامل در خطای وضعیت و سمت ایجاد گردیده است [۶۴، ۶۷]. نتایج تست‌ها نشان می‌دهد که اجرای چندباره الگوریتم، سبب بهبود تخمین گردیده است. در این فصل فرضیات مسئله مطابق بخش ۱-۵ می‌باشد.

در ادامه، این فصل از نه بخش تشکیل شده است. در بخش دوم نکاتی در مورد جبر کواترنین‌ها ارائه گردیده است. در بخش سوم، مدل انتشار خطای خطی شده ناوبری در دستگاه اینرسی استخراج شده است. در بخش چهارم، مدل انتشار خطا برای کاربرد مورد نظر توسعه داده شده است. در بخش پنجم سرعت در دستگاه اینرسی توضیح و در بخش ششم حداقل‌سازی مجموع مربعات خطای سرعت

مورد بحث قرار گرفته است. در بخش هفتم روند اجرای الگوریتم پیشنهادی تشریح و در بخش هشتم نتایج تست‌ها ارائه گردیده است. در بخش نهم جمع‌بندی فعالیت، انجام شده است.

۶-۲- نکاتی در مورد جبر کواترنین‌ها

به دلیل اینکه در این فصل به روابط مربوط به جبر کواترنین‌ها نیاز می‌باشد و این روابط در مراجع مختلف به صورت قراردادی می‌باشند، در ادامه پنج نکته مورد استفاده در این فصل، ارائه گردیده- است [۶۸]:

نکته یک: ضرب دو کواترنین به صورت زیر تعریف می‌گردد و نتیجه آن معادل دو انتقال مربوط به هر کواترنین می‌باشد.

$$q_A^B = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \cdot q_B^C = \begin{bmatrix} u_0 \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \Rightarrow q_A^C = q_B^C q_A^B = \begin{bmatrix} q_0 u_0 - q_1 u_1 - q_2 u_2 - q_3 u_3 \\ q_1 u_0 + q_0 u_1 - q_3 u_2 + q_2 u_3 \\ q_2 u_0 + q_3 u_1 + q_0 u_2 - q_1 u_3 \\ q_3 u_0 - q_2 u_1 + q_1 u_2 + q_0 u_3 \end{bmatrix} \quad (۶-۱)$$

نکته دو: معادل بردار سه تایی $V_{3 \times 1}$ ، بردار چهارتایی $V_{4 \times 1}$ ، را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$V_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \Rightarrow V_{4 \times 1} = \begin{bmatrix} 0 \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (۶-۲)$$

نکته سه: اگر q_A^B کواترنین انتقال از دستگاه A به B باشد، کواترنین انتقال از دستگاه B به A به صورت زیر می‌باشد:

$$q_A^B = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \Rightarrow q_B^A = \begin{bmatrix} q_0 \\ -q_1 \\ -q_2 \\ -q_3 \end{bmatrix} \quad (۶-۳)$$

نکته چهار: برای انتقال بردار سه تایی $V_{3 \times 1}$ از دستگاه A به دستگاه B ، ابتدا بردار را به صورت

معادل چهارتایی نوشته و به صورت زیر انتقال صورت می‌گیرد:

$$V_{4 \times 1}^B = q_A^B V_{4 \times 1}^A q_B^A \quad (۶-۴)$$

نکته پنج: معادله دیفرانسیل کواترنین‌ها به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\dot{q}_A^B = \frac{1}{2} q_A^B \omega_{BA}^A \quad (۶-۵)$$

که در آن ω_{BA}^A معادل چهارتایی سرعت زاویه‌ای دستگاه A نسبت به دستگاه B در دستگاه A می‌باشد.

۶-۳- مدل انتشار خطای خطی شده ناوبری بر مبنای کواترنین‌ها

در این بخش مدل انتشار خطای خطی شده ناوبری در دستگاه اینرسی با رویکرد اغتشاشات کوچک پیاده‌سازی گردیده است. این پیاده‌سازی بر مبنای خطای کواترنین‌ها می‌باشد. با فرض کوچک بودن خطا، تعریف می‌کنیم:

$$\delta q_c^i = q_b^i - q_b^c \quad (۶-۶)$$

$$\delta \omega_{ib}^b = \omega_{ib}^b - \omega_{cb}^b$$

که در آن q_b^i کواترنین انتقال از دستگاه بدنی به اینرسی، q_b^c کواترنین انتقال از دستگاه بدنی به دستگاه اینرسی محاسباتی، ω_{ib}^b چهارتایی سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی نسبت به اینرسی در دستگاه بدنی و ω_{cb}^b چهارتایی سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی نسبت به اینرسی محاسباتی در دستگاه بدنی می‌باشد. حال داریم:

$$\delta \dot{q}_c^i = \dot{q}_b^i - \dot{q}_b^c \quad (۶-۷)$$

با توجه به معادله (۶-۵) داریم:

$$\delta \dot{q}_c^i = \frac{1}{2} q_b^i \omega_{ib}^b - \frac{1}{2} q_b^c \omega_{cb}^b \quad (۶-۸)$$

با جایگزاری معادله (۶-۶) داریم:

$$\delta \dot{q}_c^i = \frac{1}{2} (q_b^c + q_c^i) (\omega_{cb}^b + \delta \omega_{ib}^b) - \frac{1}{2} q_b^c \omega_{cb}^b \quad (۶-۹)$$

با ضرب جملات و با فرض قابل صرف نظر بودن جمله شامل ضرب خطاها به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\delta \dot{q}_c^i = \frac{1}{2} q_c^i \omega_{cb}^b + \frac{1}{2} q_b^c \delta \omega_{ib}^b \quad (۶-۱۰)$$

رابطه (۶-۱۰) را با ضرب جمله آخر در $q_c^b q_b^c$ از سمت راست، به صورت زیر نیز می توان بازنویسی کرد:

$$\delta q_c^i = \frac{1}{2} q_c^i \omega_{cb}^b + \frac{1}{2} \delta \omega_{ib}^c q_b^c \quad (۶-۱۱)$$

معادله (۶-۱۱) مدل خطای خطی شده در دستگاه اینرسی بر مبنای کوآترینها می باشد. حال برای سرعت در دستگاه اینرسی داریم:

$$\dot{V}^i = f^i + g^i \quad (۶-۱۲)$$

که در آن V^i سرعت در دستگاه اینرسی، f^i خروجی شتابسنجها و g^i شتاب جاذبه در دستگاه اینرسی می باشد. خطاها را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\begin{aligned} \delta V^i &= V^i - V^c \\ \delta f^b &= f^b - \tilde{f}^b \end{aligned} \quad (۶-۱۳)$$

$$\delta g^i = g^i - \tilde{g}^c$$

که در آن V^c سرعت در دستگاه محاسباتی، \tilde{f}^b خروجی شتابسنجها در دستگاه محاسباتی و \tilde{g}^c تصویر شتاب جاذبه در دستگاه محاسباتی می باشد. با توجه به معادله (۶-۱۳) داریم:

$$\delta \dot{V}^i = \dot{V}^i - \dot{V}^c \quad (۶-۱۴)$$

در نتیجه:

$$\delta \dot{V}^i = f^i + g^i - (f^c + g^c) \quad (۶-۱۵)$$

با جایگزاری رابطه (۶-۱۳) و با استفاده از معادل چهارتایی بردارها، داریم:

$$\delta \dot{V}^i = (q_b^c + \delta q_c^i)(\delta f + \tilde{f}^b)(q_c^b + \delta q_i^c) - q_b^c \tilde{f}^b q_c^b + g^i - \tilde{g}^c \quad (۶-۱۶)$$

با ضرب رابطه بالا و با فرض کوچک بودن مقادیر ناشی از ضرب خطاها و همچنین با صرف نظر از خطای جاذبه در کاربرد موردنظر، داریم:

$$\delta \dot{V}^i = \delta q_c^i \tilde{f}^b q_c^b + q_b^c \tilde{f}^b \delta q_i^c + \delta f^c \quad (۶-۱۷)$$

رابطه (۶-۱۷) مدل خطای خطی شده سرعت بر مبنای کواترنین‌ها در دستگاه اینرسی می‌باشد. در حالت کلی، در پیاده سازی، δq_i^c همان δq_c^i است که آرایه دوم تا چهارم آن مطابق رابطه (۶-۳) منفی شده‌است.

۶-۴- توسعه مدل انتشار خطا

به دلیل عدم مشاهده پذیری کامل بایاس سنسورها در کاربرد توجیه اولیه در شرایط دریا، در توسعه مدل انتشار خطا، از بایاس سنسورها صرف نظر می‌گردد [۶۷، ۶۴]. البته در پیاده سازی در فیلترهای تصادفی، معمولاً این بایاس‌ها با دینامیک صفر، در نظر گرفته می‌شوند. بر مبنای بخش قبل، معادلاتی که می‌خواهیم توسعه دهیم به صورت زیر می‌باشند.

$$\delta \dot{q}_c^i = \frac{1}{2} \delta q_c^i \omega_{cb}^b \quad (۶-۱۸)$$

$$\delta \dot{V}^i = \delta q_c^i \tilde{f}^b q_c^b + q_b^c \tilde{f}^b \delta q_i^c$$

معادلات (۶-۱۸) را به صورت گسسته می‌نویسیم. ابتدا برای خطای کواترنین‌ها داریم:

$$\delta q_c^i(k+1) = \delta q_c^i(k) + \frac{\Delta t}{2} \delta q_c^i(k) \omega_{cb}^b(k+1) \quad (۶-۱۹)$$

رابطه (۶-۱۹) گسسته سازی مرتبه اول می‌باشد که در آن Δt بازه زمانی گسسته سازی می‌باشد. با توجه به رابطه بالا داریم:

$$\delta q_c^i(k+1) = \delta q_c^i(k) \left(I_{4 \times 1} + \frac{\Delta t}{2} \omega_{cb}^b(k+1) \right) \quad (۶-۲۰)$$

که در آن $I_{4 \times 1}$ کواترنین واحد می‌باشد. تعریف می‌کنیم:

$$S(k+1) = \left(I_{4 \times 1} + \frac{\Delta t}{2} \omega_{cb}^b(k+1) \right) \quad (۶-۲۱)$$

$$= \left[1 \quad \frac{\Delta t}{2} \omega_{cbx}^b(k+1) \quad \frac{\Delta t}{2} \omega_{cby}^b(k+1) \quad \frac{\Delta t}{2} \omega_{cbz}^b(k+1) \right]$$

با مشخص بودن داده‌های سنسور ژيروسکوپ در هر لحظه، مقدار $S(k+1)$ مشخص می‌باشد. با توجه به رابطه (۶-۲۰) داریم:

$$\delta q_c^i(k+1) = \delta q_c^i(k)S(k+1) \quad (۶-۲۲)$$

با فرض این که مقدار $\delta q_c^i(0)$ مقدار خطای اولیه باشد که مقداری مجهول است با توجه به رابطه (۶-۲۲) داریم:

$$\delta q_c^i(1) = \delta q_c^i(0)S(1) \quad (۶-۲۳)$$

$$\delta q_c^i(2) = \delta q_c^i(1)S(2)$$

در نتیجه:

$$\delta q_c^i(2) = \delta q_c^i(0)S(1)S(2) \quad (۶-۲۴)$$

و به همین ترتیب داریم:

$$\delta q_c^i(k+1) = \delta q_c^i(0)S(1) \dots S(k+1) \quad (۶-۲۵)$$

و در نتیجه:

$$\delta q_c^i(k+1) = \delta q_c^i(0) \prod_{j=1}^{j=k+1} S(j) \quad (۶-۲۶)$$

با توجه به اینکه مقادیر ضرب $S(j)$ ها با توجه به در اختیار بودن داده سنسورها در اختیار می باشد، رابطه (۶-۲۶) بیان می کند که در هر لحظه از زمان مقدار خطای کواترنین $(\delta q_c^i(k+1))$ را می توان به صورت تابعی خطی از کواترنین خطای اولیه $(q_c^i(0)\delta)$ بیان کرد. گسسته سازی رابطه (۶-۱۸) را می توان بر مبنای مرتبه های بالاتر هم انجام داد که در این حالت هم تنها محاسبه $S(j)$ کمی پیچیده تر می شود [۱]. به عنوان نمونه اگر تعریف کنیم:

$$\alpha^2(j) = (\Delta t \omega_{cbx}^b(j))^2 + (\Delta t \omega_{cby}^b(j))^2 + (\Delta t \omega_{cbz}^b(j))^2 \quad (۶-۲۷)$$

برای تابع $S(j)$ با الگوریتم مرتبه دوم داریم:

$$S(j) = \left[1 - \frac{\alpha^2}{8} \quad \frac{\Delta t}{2} \omega_{cbx}^b(j) \quad \frac{\Delta t}{2} \omega_{cby}^b(j) \quad \frac{\Delta t}{2} \omega_{cbz}^b(j) \right] \quad (۶-۲۸)$$

و با الگوریتم مرتبه سوم داریم:

$$s(j) = \left[1 - \frac{\alpha^2}{8} \left(\frac{1}{2} - \frac{\alpha^2}{48} \right) \Delta t \omega_{cbx}^b(j) \left(\frac{1}{2} - \frac{\alpha^2}{48} \right) \Delta t \omega_{cby}^b(j) \left(\frac{1}{2} - \frac{\alpha^2}{48} \right) \Delta t \omega_{cbz}^b(j) \right] \quad (۶-۲۹)$$

باید به این نکته توجه کرد که کواترنین $\delta q_c^i(k)$ در هر لحظه دارای چهار سطر می‌باشد و هر سطر آن دارای چهار ستون است که شامل ضرائب $\delta q_c^i(0)$ می‌باشند. با توجه به رابطه (۶-۱۸)، گسسته‌سازی مرتبه اول خطای سرعت به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \delta V^i(k+1) &= \delta V^i(k) \\ &+ \Delta t \left(\delta q_c^i(k+1) \tilde{f}^b(k+1) q_c^b(k+1) \right. \\ &\left. + q_b^c(k+1) \tilde{f}^b(k+1) \delta q_i^c(k+1) \right) \end{aligned} \quad (۶-۳۰)$$

با تعریف $L(k+1)$ به صورت زیر داریم:

$$\begin{aligned} L(k+1) &= \Delta t \left(\delta q_c^i(k+1) \tilde{f}^b(k+1) q_c^b(k+1) \right. \\ &\left. + q_b^c(k+1) \tilde{f}^b(k+1) \delta q_i^c(k+1) \right) \end{aligned} \quad (۶-۳۱)$$

مقدار $L(k+1)$ با توجه به مشخص بودن داده‌های شتاب‌سنج‌ها و همچنین کواترنین تبدیل و کواترنین خطا، در هر لحظه مشخص می‌باشد. کواترنین تبدیل (q_b^c) از حل معادلات ناوبری در دستگاه اینرسی در هر لحظه از زمان بدست می‌آید. مقدار $L(k+1)$ تابعی خطی از کواترنین خطا $(\delta q_c^i(k+1))$ و در نتیجه تابعی خطی از کواترنین خطای اولیه $(\delta q_c^i(0))$ می‌باشد. با توجه به رابطه (۶-۳۰) و رابطه (۶-۳۱) داریم:

$$\delta V^i(k+1) = \delta V^i(k) + L(k+1) \quad (۶-۳۲)$$

فرض می‌کنیم خطای سرعت در لحظه اول صفر است $(\delta V^i(0) = 0)$. با توجه به اینکه مقادیر سرعت جزء اندازه‌گیری‌ها می‌باشند و مقدار واقعی آن با توجه به سکون بودن کشتی در لنگرگاه در دستگاه اینرسی مشخص می‌باشد، این فرض صحیح است. در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} \delta V^i(1) &= \delta V^i(0) + L(1) = L(1) \\ \delta V^i(2) &= \delta V^i(1) + L(2) \\ \delta V^i(2) &= L(1) + L(2) \end{aligned} \quad (۶-۳۳)$$

و به همین ترتیب داریم:

$$\delta V^i(k+1) = \sum_{j=1}^{j=k+1} L(j) \quad (۶-۳۴)$$

اگر $\delta V^i(0)$ مقداری غیر صفر و مشخص نیز فرض می‌شد باز هم تفاوتی نمی‌کرد و تنها یک جمله ثابت به رابطه (۶-۳۲) اضافه می‌شد. با توجه به اینکه $L(j)$ ها تابعی خطی و مشخص از خطای کوتاهترین اولیه می‌باشند، در نتیجه $\delta V^i(k+1)$ نیز تابعی خطی از خطای کوتاهترین اولیه می‌باشد.

رابطه (۶-۲۶) و رابطه (۶-۳۴) دو رابطه اصلی می‌باشند که به همراه رابطه (۶-۳۱) و رابطه (۶-۲۱)، خطای کوتاهترین‌ها و سرعت را به صورت تابعی از خطای کوتاهترین اولیه بیان می‌کنند. این نکته مهم است که $\delta V^i(k)$ در هر لحظه دارای سه سطر می‌باشد و هر سطر آن دارای چهار ستون است که ضرائب $\delta q_c^i(0)$ می‌باشند. در صورتی که فرض شود خطای سرعت اولیه مشخص و غیر صفر و تخمین بایاس شتاب‌سنج‌ها حتی با وجود عدم مشاهده‌پذیری کامل می‌تواند موثر باشد، رابطه (۶-۳۴) را با توجه به رابطه (۶-۱۷) می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\delta V^i(k+1) = \delta V^i(0) + (k+1)\Delta t \delta f^c + \sum_{j=1}^{j=k+1} L(j) \quad (۶-۳۵)$$

که در آن δf^c مقدار بایاس شتاب‌سنج‌ها در دستگاه محاسباتی بوده و مقداری ثابت (بدون دینامیک) می‌باشد. رابطه (۶-۳۵) بر کلیت موضوع تاثیری ندارد و تنها تعداد پارامترهایی که باید تخمین زده شوند از چهار ($\delta q_c^i(0)$) به هفت (δf^c و $q_c^i(0)$) افزایش می‌یابد.

۶-۵- سرعت در دستگاه اینرسی

با توجه به چرخش زمین حول محور خودش، همواره شتاب گریز از مرکزی ناشی از این چرخش، به اجسام روی آن وارد می‌گردد. این شتاب گریز از مرکز در اکثر مواقع در کاربردهای ناوبری نزدیک به زمین، به همراه عکس العمل شتاب گرانشی زمین به عنوان شتاب جاذبه در نظر گرفته می‌شود. در حالت کلی، شتاب وارد بر جسم ساکن در روی زمین به صورت زیر می‌باشد:

$$\mathbf{g}^i = \mathbf{G}^i - \omega_{ie} \times (\omega_{ie} \times \mathbf{r}^i) \quad (۶-۳۶)$$

که جمله اول ناشی از گرانش زمین و جمله دوم مربوط به شتاب گریز از مرکز می‌باشد. در این رابطه ω_{ie} بردار سرعت زاویه‌ای زمین و r^i بردار موقعیت نسبت به مرکز زمین در دستگاه اینرسی می‌باشد. شتاب ناشی از گرانش، در دستگاه اینرسی با تقریب خوبی به صورت زیر می‌باشد [۲۴]:

$$G^i = \begin{bmatrix} -\frac{\mu}{r^2} \left\{ 1 + \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{r_e}{r} \right)^2 \left[1 - 5 \left(\frac{r_z}{r} \right)^2 \right] \right\} \frac{r_x}{r} \\ -\frac{\mu}{r^2} \left\{ 1 + \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{r_e}{r} \right)^2 \left[1 - 5 \left(\frac{r_z}{r} \right)^2 \right] \right\} \frac{r_y}{r} \\ -\frac{\mu}{r^2} \left\{ 1 + \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{r_e}{r} \right)^2 \left[3 - 5 \left(\frac{r_z}{r} \right)^2 \right] \right\} \frac{r_z}{r} \end{bmatrix} \quad (۶-۳۷)$$

که در آن $\mu = 3.986030683880933e14 \text{ m}^3/\text{s}^2$ و $J_2 = 1.08230e - 3$ می‌باشد. همچنین r_e شعاع در استوا و r اندازه بردار موقعیت در دستگاه اینرسی (r^i) و $r_{x,y,z}$ موقعیت در راستای x, y, z اینرسی می‌باشد. در حالت کلی به دلیل وجود شتاب گریز از مرکز زمین، شتاب همواره عمود بر مماس محلی نمی‌باشد و دارای یک مقدار کوچک غیر صفر در جهت شمال در دستگاه جغرافیایی می‌باشد که این مسئله در کالیبراسیون سامانه‌های دقیق مورد استفاده در شمالیابی باید مد نظر قرار گیرد. بر مبنای تعریف محورهای مختصات، شتاب گریز از مرکز زمین بر روی سامانه ناوبری سکون نسبت به زمین، در روی زمین در دستگاه اینرسی در هر لحظه بر مبنای تعریف محورهای مختصات (محورهای x و y اینرسی در لحظه اول منطبق بر صفحه شامل طول و عرض جغرافیایی نقطه مورد نظر فرض می‌گردد) به صورت زیر می‌باشد:

$$a_r^i = [r\omega_{ie}^2 \cos L \cos \omega_{ie} t \quad -r\omega_{ie}^2 \cos L \sin \omega_{ie} t \quad 0]^T \quad (۶-۳۸)$$

که در آن L عرض جغرافیایی و ω_{ie} اندازه سرعت زاویه‌ای زمین نسبت به اینرسی می‌باشد. این شتاب سبب تغییر جهت سرعت و چرخش سامانه نسبت به دستگاه اینرسی می‌گردد. بر همین مبنا سرعت چرخش سامانه ناوبری نسبت به دستگاه اینرسی به صورت زیر می‌باشد:

$$v_r^i = [-r\omega_{ie} \cos L \sin \omega_{ie} t \quad -r\omega_{ie} \cos L \cos \omega_{ie} t \quad 0]^T \quad (۶-۳۹)$$

همچنین موقعیت وسیله در هر لحظه از زمان در دستگاه اینرسی به صورت زیر می‌باشد:

$$r_r^i = [r \cos L \cos \omega_{ie} t \quad -r \cos L \sin \omega_{ie} t \quad -r \sin L]^T \quad (۶-۴۰)$$

مقادیر شتاب، سرعت و موقعیت سامانه ناوبری در صورتی که کلاک ساعت سامانه از دقت کافی برخوردار باشد، با دقت مناسبی مشخص می‌باشند [۶۸]. با توجه به مشخص بودن مقادیر سرعت در دستگاه اینرسی در هر لحظه از زمان، این مقادیر، در ادامه، به عنوان اندازه‌گیری سرعت مورد استفاده قرار می‌گیرند. مقادیر خطای سرعت، از تفاضل این سرعت با سرعت خروجی ناوبری بدست می‌آید.

۶-۶- حداقل کردن مجموع مربعات خطای سرعت

در این بخش می‌خواهیم خطای سرعت را بر مبنای خطای کواترنین اولیه حداقل کنیم. در بخش پنجم خطای کواترنین‌ها و سرعت در طول زمان به صورت تابعی از خطای کواترنین اولیه بیان گردید. با توجه به اینکه در هر لحظه از زمان الگوریتم ناوبری اجرا می‌گردد، مقادیر سرعت خروجی ناوبری مشخص می‌باشد. همچنین با توجه به تعریف محورهای مختصات و فرض سکون بودن سامانه نسبت به زمین، مقدار واقعی سرعت در هر سه محور در دستگاه اینرسی مشخص می‌باشد. بر این مبنا اختلاف این دو سرعت به عنوان مقادیر اندازه‌گیری در نظر گرفته می‌شود:

$$\delta V_m^i(k) = v_r^i(k) - v_n^i(k) \quad (۶-۴۱)$$

که در آن v_r^i بردار دقیق سرعت در دستگاه اینرسی که همان سرعت ناشی از شتاب گریز از مرکز می‌باشد و v_n^i بردار خروجی سرعت ناشی از حل معادلات ناوبری در دستگاه اینرسی در هر لحظه از زمان می‌باشند. اختلاف این خطای سرعت را با خطای سرعت محاسبه شده در مدل خطا که تابعی از خطای کواترنین اولیه بود، به عنوان تابع خطا تعریف می‌کنیم:

$$E(k) = \delta V^i(k) - \delta V_m^i(k) \quad (۶-۴۲)$$

برای h نقطه در طول زمان توجیه اولیه، می‌خواهیم خطا را بدست آورده و جمع توان دوم این خطا را به عنوان تابع هزینه تعریف می‌کنیم

$$J = \sum_{k=1}^h E(k)^T E(k) \quad (۶-۴۳)$$

در ادامه این تابع هزینه را بر حسب بردار کواترنین خطای اولیه حداقل کنیم:

$$\min_{q_c^i(0)} J = \min_{q_c^i(0)} \sum_{k=1}^h E(k)^T E(k) \quad (۶-۴۴)$$

با توجه به خطی بودن خطای سرعت نسبت به خطای کواترنین اولیه، می‌توان از روش حداقل مربعات خطا این تابع هزینه را حداقل کرد. با توجه به اینکه برای h نقطه می‌خواهیم حداقل‌سازی انجام دهیم داریم [۶۹]:

$$\delta q_c^i(0)_{4 \times 1} = \left(\delta V^i(k)_{4 \times 3h}^T \delta V^i(k)_{3h \times 4} \right)_{4 \times 4}^{-1} \delta V^i(k)_{4 \times 3h}^T \delta V_m^i(k)_{3h \times 1} \quad (۶-۴۵)$$

رابطه (۶-۴۵) حداقل‌سازی بر مبنای روش حداقل مربعات خطا می‌باشد.

۶-۷- فرایند توجیه اولیه پیشنهادی

به منظور توجیه اولیه با استفاده از یک دسته داده سنسور و بر مبنای حداقل‌سازی مجموع مربعات خطای سرعت، مراحل زیر انجام می‌گیرد:

(الف) یک کواترنین اولیه بر مبنای توجیه اولیه غیر دقیق در نظر گرفته می‌شود. همچنین مقادیر اولیه موقعیت و سرعت بر مبنای مقادیر اندازه‌گیری (در دستگاه اینرسی) در نظر گرفته می‌شوند.

(ب) بر مبنای مقادیر قسمت (الف) با استفاده از یک دسته داده از سنسورها، معادلات ناوبری در دستگاه اینرسی در هر لحظه حل می‌گردند و مقادیر سرعت (با توجه به کواترنین اولیه‌ای که دارای خطا می‌باشد) در هر لحظه از زمان بدست می‌آید.

(ج) بر مبنای معادلات اندازه‌گیری، با توجه به اینکه کشتی در لنگرگاه جابجایی فیزیکی ندارد، مقادیر واقعی سرعت در دستگاه اینرسی در هر لحظه از زمان محاسبه می‌گردد.

(د) بر مبنای داده سنسورها و مقادیر کواترنین لحظه‌ای قسمت (ب) (مورد استفاده در معادلات می‌باشد) معادلات خطای ناوبری بر مبنای خطای کواترنین اولیه اجرا می‌گردد و معادلات خطای سرعت بر مبنای خطای کواترنین اولیه در هر لحظه از زمان بدست می‌آید.

(ه) از سرعت‌های لحظه‌ای قسمت‌های (ب)، (ج) و (د) برای زمان‌های خاصی (مثلاً هر ده ثانیه) نمونه‌گیری می‌کنیم. در این حالت برای هر لحظه، سه دسته سرعت داریم.

و) بر مبنای سرعت‌های لحظات در نظر گرفته شده و با توجه به معادلات بخش ۴-۶، خطای کواترنین اولیه بر مبنای حداقل سازی مجموع مربعات خطای سرعت در این لحظات با استفاده از روش حداقل مربعات خطا بدست می‌آید.

ز) با توجه به خطای کواترنین اولیه بدست آمده، کواترنین اولیه در نظر گرفته شده در قسمت (الف) اصلاح می‌گردد و فرایند از قسمت (ب) تا (ز) مجدداً تکرار می‌گردد. فرایند تا زمانی ادامه می‌یابد که خطای کواترنین اولیه تا حد مطلوبی به صفر نزدیک گردد.

ح) با توجه به این‌که در هر سیکل اجرا، کواترنین اولیه و مقادیر سنسورها موجود می‌باشند، کواترنین تمام لحظات (همچنین کواترنین انتهایی) مشخص بوده و می‌تواند به عنوان ورودی مراحل بعد از توجیه اولیه مورد استفاده قرار گیرد.

۶-۸- ارزیابی الگوریتم

به منظور ارزیابی الگوریتم پیشنهادی، از یک سامانه اندازه‌گیری اینرسی با مشخصات ارائه شده در ضمیمه ۱ استفاده شده است. همچنین به منظور مقایسه روش پیشنهادی با روش معمول فیلترهای تصادفی، بر مبنای مدل خطی استخراج شده در بخش ۳-۶، در این بخش، از فیلتر کالمن توسعه یافته استفاده می‌گردد. برای این منظور، حالت‌های سیستم به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$x = [\delta V^i \ \delta q_c^i \ \delta f^c \ \delta \omega_{ib}^c]^T \quad (۶-۴۶)$$

همچنین مدل دینامیک خطی شده خطا به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{cases} \delta \dot{V}^i = q_c^i \tilde{f}^b q_c^b + q_b^c \tilde{f}^b q_i^c + \delta f^c \\ \delta \dot{q}_c^i = \frac{1}{2} \delta q_c^i \omega_{cb}^b + \frac{1}{2} \delta \omega_{ib}^c q_b^c \\ \delta \dot{f}^c = 0 \\ \delta \dot{\omega}_{ib}^c = 0 \end{cases} \quad (۶-۴۷)$$

مقادیر اختلاف سرعت در دستگاه اینرسی نسبت به مقادیر ناشی از شتاب گریز از مرکز زمین به عنوان اندازه‌گیری مورد استفاده قرار می‌گیرند.

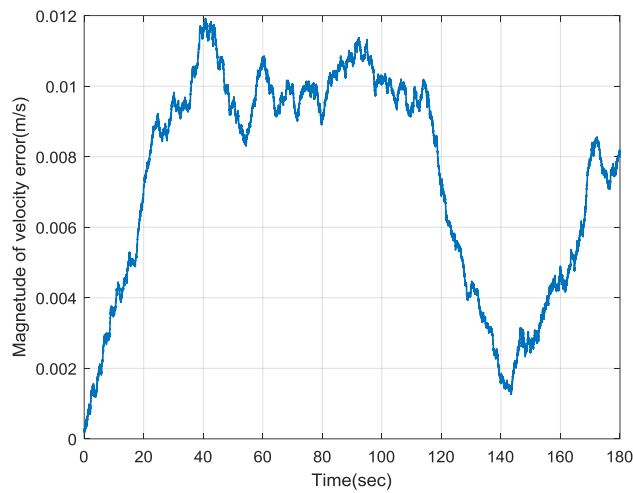
$$Z = HX + v \quad (۶-۴۸)$$

$$Z(t) = [\delta v_m^i(t)] = [v_r^i(t) - v_n^i(t)] + v \quad (۶-۴۹)$$

که در آن v نویز اندازه‌گیری می‌باشد.

۶-۸-۱- تست سکون

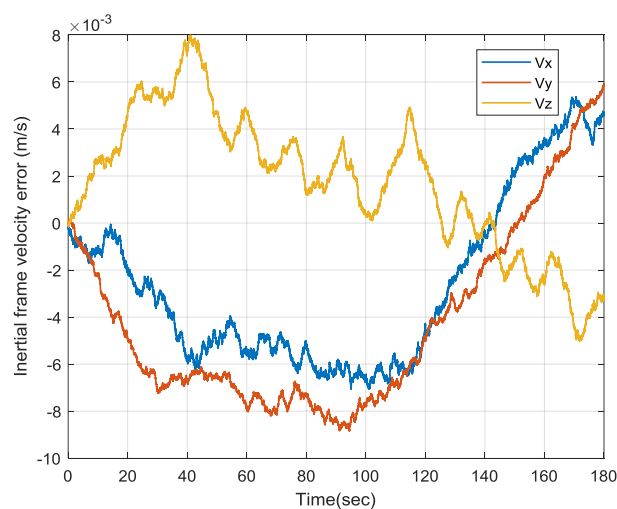
در مرحله اول، مجموعه روی میز تست بسته‌شده و در حالت سکون می‌باشد. در این حالت به مدت ۱۸۰ ثانیه داده از سنسورها ذخیره گردیده و الگوریتم با خطای اولیه سمت ۳۰ درجه اجرا می‌گردد. اندازه خطای سرعت برای تمام لحظات بعد از ۱۵ بار اجرای الگوریتم، در شکل ۶-۱ آمده‌است:



شکل ۶-۱- اندازه خطای سرعت برای تمام لحظات بعد از ۱۵ بار اجرای الگوریتم تکرار داده‌ها

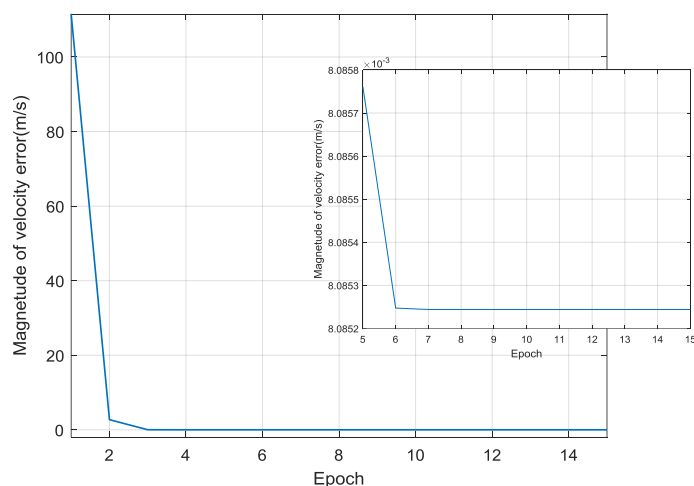
خطای سرعت در سه راستای دستگاه اینرسی، برای تمام لحظات بعد از ۱۵ بار اجرای الگوریتم در

شکل ۶-۲ آمده‌است.



شکل ۶-۲- خطای سرعت در سه راستای دستگاه اینرسی، برای تمام لحظات بعد از ۱۵ بار اجرای الگوریتم تکرار داده ها

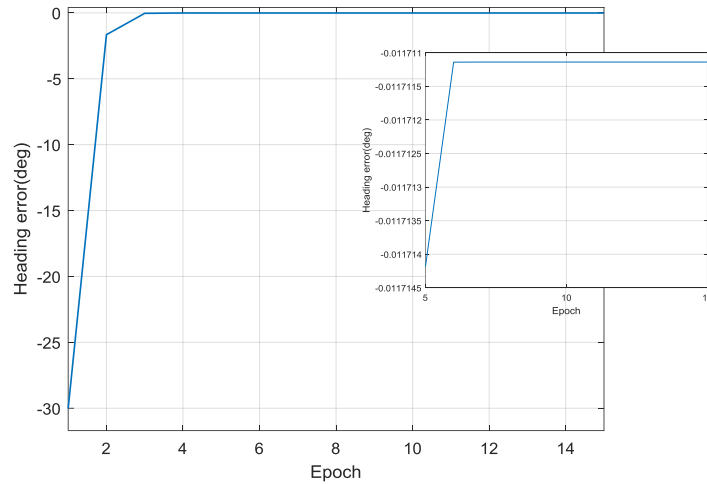
در شکل ۶-۳ خطای سرعت در لحظه آخر برای هر بار اجرای الگوریتم نشان داده شده است. با توجه به شکل ۶-۳ مشخص است که در اجرای پنجم و بعد از آن، اندازه خطای سرعت به مقداری زیر یک صدم متر بر ثانیه رسیده است. با توجه به همگرایی سریع سرعت، نمایش درستی از خطای سرعت برای تمام ۱۵ اجرا امکان پذیر نمی باشد.



شکل ۶-۳- اندازه خطای سرعت لحظه آخر (ثانیه ۱۸۰) با ۱۵ بار اجرای الگوریتم تکرار داده ها

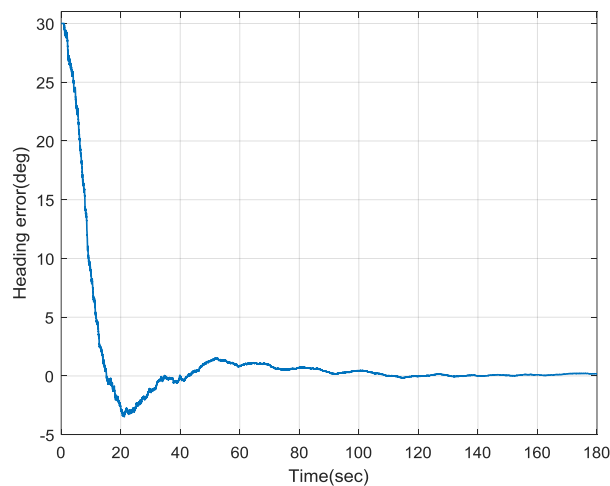
خطای زاویه سمت با خطای اولیه ۳۰ درجه (منفی) در شکل ۶-۴ آمده است. همانطور که در شکل ۶-۴ مشخص است، در آغاز اجرای دوم، خطای زاویه سمت به کمتر از ۲ درجه رسیده است. همچنین

همانطور که در منحنی بزرگنمایی شده مشخص است، خطای سمت در اجرای پنجم و بعد از آن کمتر از $0,012$ درجه می‌باشد.



شکل ۴-۶- خطای زاویه سمت در لحظه اولیه با ۱۵ بار اجرای الگوریتم تکرار داده ها

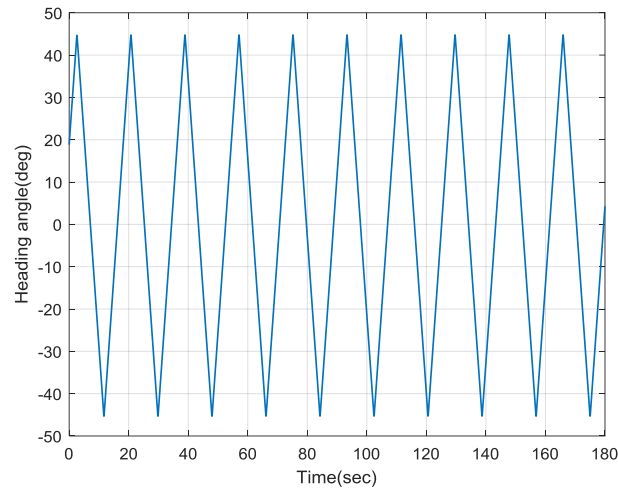
همچنین برای این دسته از داده سنسور، از الگوریتم فیلتر کالمن نیز استفاده گردید، این فیلتر در شرایط سکون برای 180 ثانیه داده سنسور، امکان همگرایی کامل را دارا می‌باشد و خطای زاویه نهایی پس از اجرا، تفاوت چندانی با روش پیشنهادی ندارد. برای نمونه، روند همگرایی زاویه سمت با استفاده از فیلتر کالمن برای 30 درجه (مثبت) خطای اولیه در زاویه سمت در شکل ۵-۶ نشان داده شده است.



شکل ۵-۶- روند همگرایی زاویه سمت با استفاده از فیلتر کالمن برای 180 ثانیه داده و در شرایط سکون

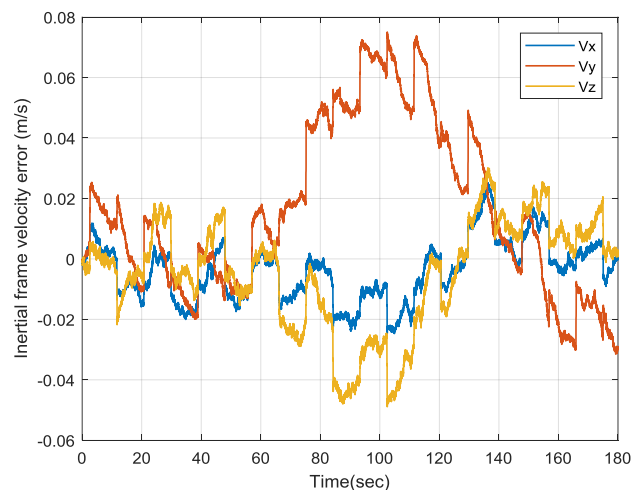
۶-۸-۲- تست تغییر در زاویه سمت

در مرحله دوم، مجموعه روی میز تست بسته شده و در زاویه سمت به صورت مثلثی تحریک می‌گردد. سرعت زاویه‌ای اعمالی ۱۰ درجه بر ثانیه در نظر گرفته شده است. در این حالت نیز از ۱۸۰ ثانیه داده سنسور استفاده گردیده و خطای زاویه سمت اولیه ۳۰ درجه در نظر گرفته شده است. منحنی مربوط به حرکت زاویه سمت در شکل ۶-۶ آمده است:



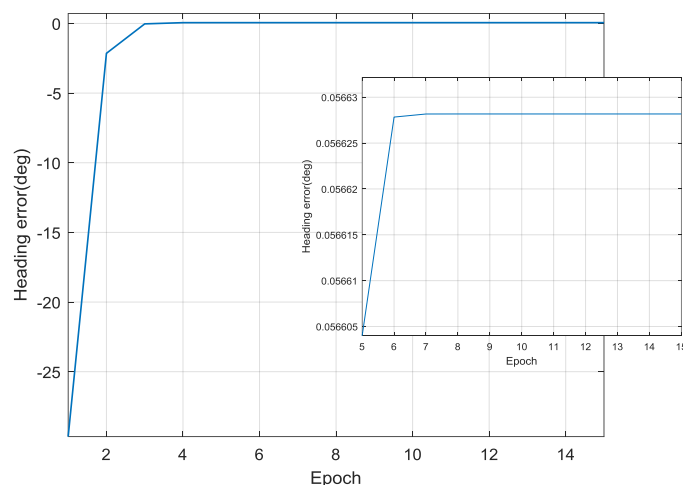
شکل ۶-۶- زاویه سمت در تست تغییر زاویه سمت روی میز

منحنی مربوط به خطای سرعت در دستگاه اینرسی بعد از ۱۵ بار اجرا، در شکل ۶-۷ آمده است.



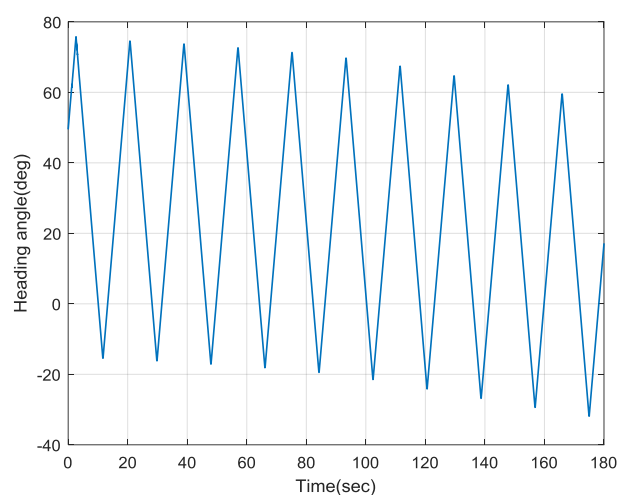
شکل ۶-۷- خطای سرعت در سه راستا، بعد از ۱۵ بار اجرای الگوریتم تکرار داده ها در حرکت مثلثی زاویه سمت

در شکل ۶-۸ خطای مربوط به زاویه سمت اولیه برای ۱۵ بار اجرا نشان داده شده است. همانطور که از شکل مشخص است، در اجرای پنجم و بعد از آن، خطای زاویه سمت کمتر از 0.056 درجه می باشد.



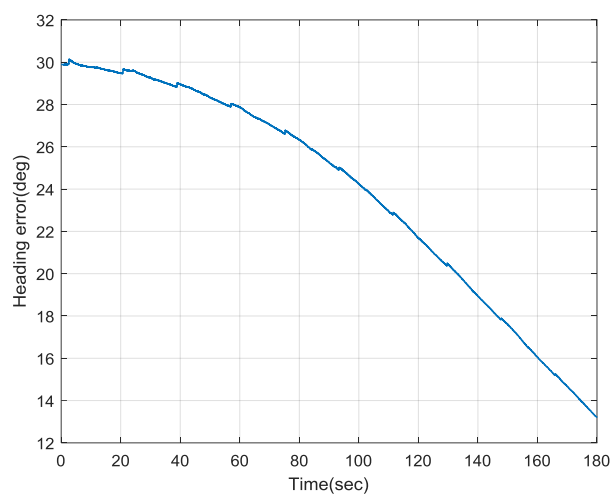
شکل ۶-۸- خطای زاویه سمت در لحظه اولیه با ۱۵ بار اجرای الگوریتم تکرار داده ها در تست حرکت مثلثی

برای این دسته از داده سنسور، از الگوریتم فیلتر کالمن نیز استفاده گردید، این فیلتر در شرایط داده مثلثی برای ۱۸۰ ثانیه داده سنسور، امکان همگرایی کامل را دارا نمی باشد. روند همگرایی زاویه سمت با استفاده از فیلتر کالمن در شکل ۶-۹ نشان داده شده است.



شکل ۶-۹- تغییرات زاویه سمت با استفاده از الگوریتم فیلتر کالمن برای ۱۸۰ ثانیه و حرکت مثلثی زاویه سمت

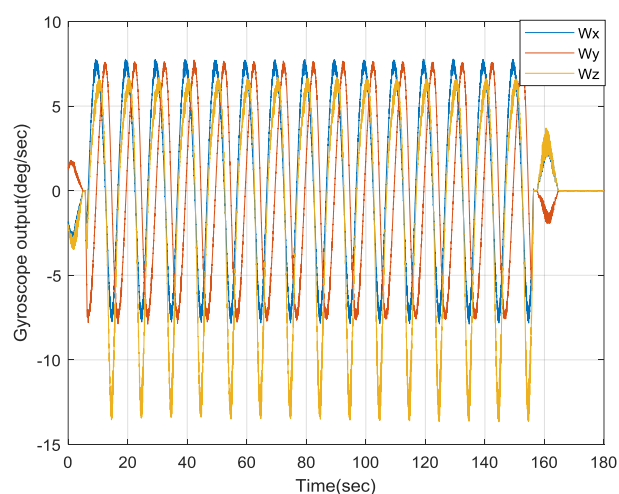
خطای فیلتر کالمن در طول زمان در شکل ۶-۱۰ آمده است.



شکل ۶-۱۰- تغییرات خطای زاویه سمت در الگوریتم فیلتر کالمن برای ۱۸۰ ثانیه و حرکت مثلثی زاویه سمت

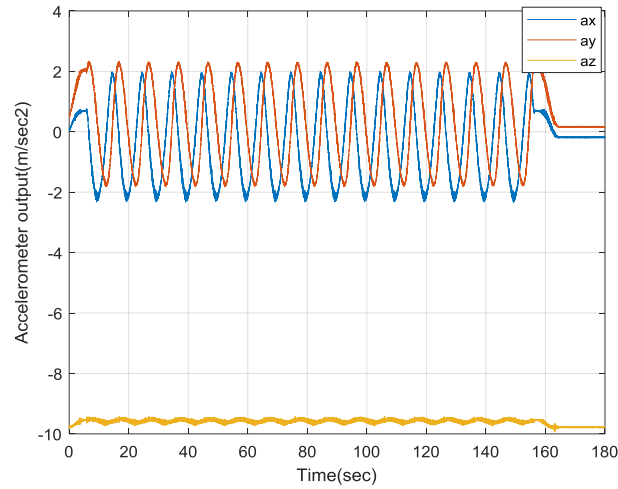
۶-۸-۳- تست در شرایط نوسانات دریا

در مرحله آخر، هر سه محور به طور همزمان با فرکانس ۰,۱ هرتز تحریک شده و به منظور ارزیابی الگوریتم پیشنهادی استفاده گردیده است. در این شرایط نیز از ۱۸۰ ثانیه داده استفاده شده است. داده‌های سنسورژیروسکوپ در این تست در شکل ۶-۱۱ نشان داده شده است.



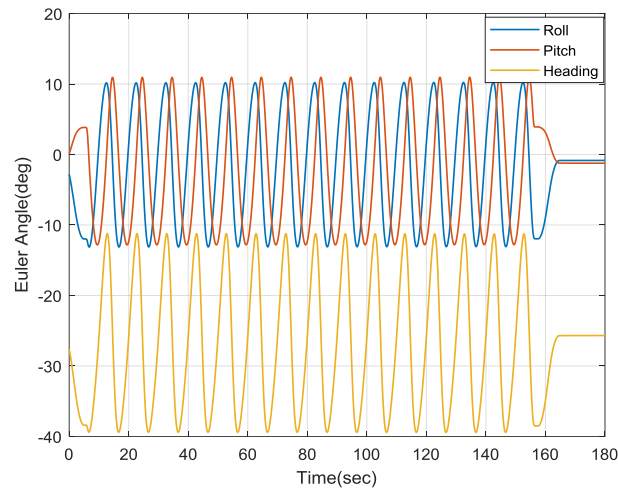
شکل ۶-۱۱- داده‌های سنسورهایژیروسکوپ در تست در شرایط نوسانات دریا

خروجی شتاب‌سنج‌ها در این تست در شکل ۶-۱۲ آمده است.



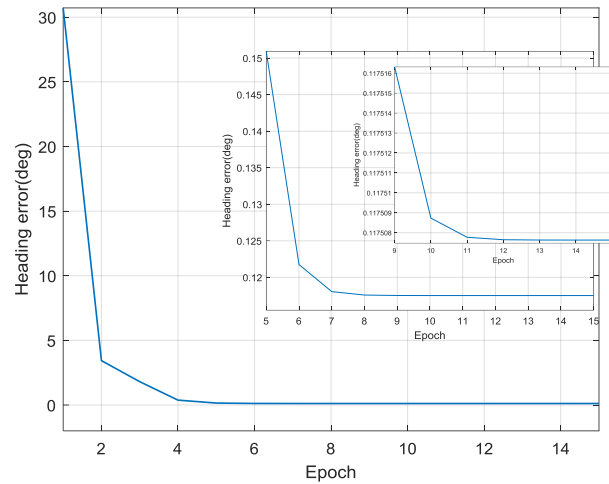
شکل ۶-۱۲- داده های سنسورهای شتاب سنج در تست در شرایط نوسانات دریا

خروجی زوایا در این تست در شکل ۶-۱۳ آمده است. لازم به ذکر است که ماتریس C_b^i ، که خروجی محاسبات الگوریتم و ماتریس تبدیل از دستگاه بدنی به دستگاه اینرسی می باشد، برای تبدیل به ماتریس تبدیل بدنی به ناوبری (C_b^n) در ماتریس تبدیل اینرسی به ناوبری (C_i^n) که ماتریس مشخصی می باشد، ضرب شده است و زوایای اوایلر نمایش داده شده از حاصل ضرب دو ماتریس استخراج شده است.



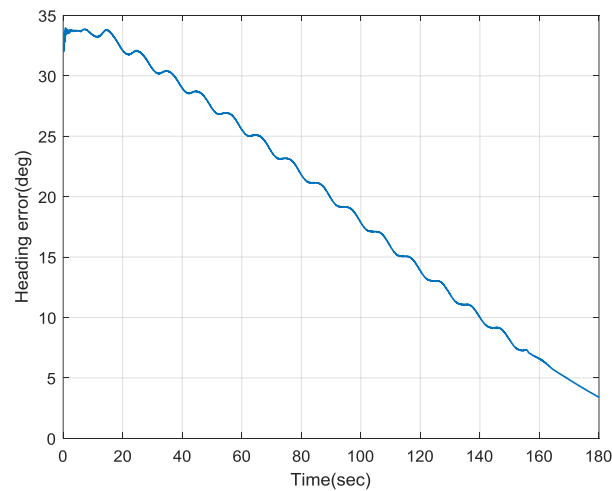
شکل ۶-۱۳- خروجی زوایای اوایلر در تست در شرایط نوسانات دریا

الگوریتم پیشنهادی برای ۱۵ بار اجرا شده و خطای زاویه سمت به صورت شکل ۶-۱۴ می باشد.



شکل ۶-۱۴- خطای زاویه سمت با الگوریتم تکرار داده ها در تست در شرایط نوسانات دریا

همانطور که در شکل ۶-۱۴ مشخص است، خطای زاویه سمت به کمتر از ۰٫۱۲ درجه رسیده است. داده‌های مذکور برای تست الگوریتم فیلتر کالمن توسعه یافته نیز استفاده گردید که نتایج همگرایی زاویه سمت در شکل ۶-۱۵ آمده است.



شکل ۶-۱۵- خطای زاویه سمت با الگوریتم فیلتر کالمن توسعه یافته در تست در شرایط نوسانات دریا

با توجه به سه دسته تست انجام شده، مشخص می‌گردد که در شرایط سکون، رفتار الگوریتم پیشنهادی مشابه الگوریتم‌های فیلتر کالمن معمول می‌باشد و همگرایی مطلوبی در زمان ۱۸۰ ثانیه برای ۳۰ درجه خطای اولیه ایجاد می‌گردد. اما در تست‌هایی که زاویه سمت دارای تغییرات می‌باشد، الگوریتم پیشنهادی در اجرای اول به خطایی کمتر از چهار درجه در زاویه سمت می‌رسد و با اجرای

چندباره الگوریتم، خطا به کمتر از ۰,۱۲ درجه می‌رسد. الگوریتم فیلتر کالمن با این مقدار داده، امکان همگرایی کامل را ندارد و نیاز به داده بیشتر و به تبع آن زمان بیشتری برای همگرایی آن می‌باشد.

۶-۹- جمع بندی

در این فصل الگوریتمی برای توجیه اولیه سامانه ناوبری اینرسی در شرایط نوسانات دریا در لنگرگاه ارائه گردید. برای این منظور، مدل انتشار خطای ناوبری در دستگاه اینرسی بر مبنای کواترنین‌ها توسعه داده شد. این توسعه نوآورانه به گونه‌ای انجام گرفته است که در آن، در هر لحظه از زمان، خطای سرعت و کواترنین‌ها به صورت تابعی از خطای کواترنین اولیه بیان می‌گردد. همچنین سرعت در دستگاه اینرسی که ناشی از شتاب گریز از مرکز زمین می‌باشد به عنوان اندازه‌گیری مورد استفاده قرار گرفت. در ادامه با حداقل کردن مجموع مربعات خطای سرعت، خطای کواترنین اولیه تخمین زده شد. با این تخمین خطا، کواترنین اولیه اصلاح گردیده و بدون نیاز به روابط معکوس ناوبری، مجدداً از داده‌های سنسورها به منظور افزایش دقت استفاده گردید. نتایج تست با داده‌های واقعی نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی از لحاظ سرعت و دقت همگرایی، دارای عملکرد بهتری نسبت به روش‌های مرسوم بوده و دارای پاسخ مطلوبی می‌باشد.

راهکار توجیه اولیه دقیق ارائه شده در این فصل بر مبنای خطی‌سازی مدل غیرخطی خطا بنا شده است. الگوریتم پیشنهادی در این فصل از منظر عملی دارای دو اشکال می‌باشد. مشکل اول این که در خطی‌سازی معادلات فرض شده است که خطاها کوچک هستند، برای شرایطی که خطای سمت اولیه بزرگ باشد این روش مناسب نمی‌باشد. دوم اینکه برای کاهش خطای تخمین زاویه سمت اولیه، به تکرار استفاده از داده‌ها نیاز می‌باشد. این تکرار باعث می‌گردد که پیاده‌سازی از نظر حجم حافظه مورد نیاز برای ذخیره داده‌ها و محاسبات دچار مشکل گردد. البته الگوریتم پیشنهادی نسبت به روش‌های مرسوم که از تکرار داده استفاده می‌کنند دارای این مزیت است که نیازی به الگوریتم‌های معکوس ناوبری ندارد و این امر به این دلیل می‌باشد که در هر لحظه از زمان، خطای کواترنین اولیه، و نه خطای کواترنین لحظه‌ای، تخمین زده می‌شود.

فصل هفتم: توجیه اولیه دقیق غیرخطی مقید

۷-۱- مقدمه:

در این فصل راهکاری ارائه خواهد شد که مشکلات الگوریتم‌های ارائه شده در فصل‌های قبل را ندارد. یعنی روشی که اولاً برای هر خطای اولیه‌ای دارای جواب مناسبی می‌باشد و ثانياً نیازی به استفاده چندباره از داده‌ها ندارد. برای این منظور در بخش دوم این فصل، ابتدا مدلی غیرخطی برای انتشار خطای ناوبری بر مبنای کواترنین‌ها ارائه می‌گردد. در ادامه در بخش سوم، این مدل برای کاربرد موردنظر در شمالیابی دریایی توسعه داده می‌شود. در این توسعه سه رابطه غیرخطی برای خطای سرعت در دستگاه اینرسی بر مبنای کواترنین خطای اولیه ارائه می‌گردد. به دلیل اینکه هدف الگوریتم پیشنهادی، تخمین کواترنینی به عنوان کواترنین خطای اولیه می‌باشد، این چهارتایی تخمین زده شده باید قید کواترنین بودن را دارا باشد. برای این منظور در بخش چهارم، رابطه غیرخطی مربوط به قید، ارائه می‌گردد. در بخش پنجم بر مبنای سه رابطه غیرخطی بخش سوم و یک رابطه مربوط به قید بخش چهارم، روشی برای حداقل‌سازی غیرخطی خطای سرعت بیان می‌گردد. در بخش ششم، روند اجرای الگوریتم غیرخطی مقید پیشنهادی ارائه می‌گردد. در بخش هفتم الگوریتم مورد ارزیابی قرار می‌گیرد و در نهایت در بخش هشتم جمع‌بندی فصل انجام می‌گردد. در این فصل فرضیات مسئله مطابق بخش ۱-۵ می‌باشد.

۷-۲- مدل انتشار خطای غیرخطی ناوبری بر مبنای کواترنین‌ها

در پیاده‌سازی مدل غیرخطی، فرض بر این است که ممکن است خطاها بزرگ بوده و قابل صرف‌نظر کردن نباشند. همچنین در این شرایط نمی‌توان کواترنین خطا را به صورت تفاضل نوشت و باید از حالت کلی آن، یعنی ضرب کواترنین‌ها استفاده کرد. کواترنین خطا (q_c^i) در حالت کلی در رابطه زیر صدق می‌کند:

$$q_b^i = q_c^i q_b^c \quad (7-1)$$

q_c^i کواترنین انتقالی از دستگاه اینرسی محاسباتی به اینرسی می‌باشد. با مشتق گیری از رابطه (۱-۷) داریم:

$$\dot{q}_b^i = \dot{q}_c^i q_b^c + q_c^i \dot{q}_b^c \quad (7-2)$$

با توجه به رابطه (۵-۶) از فصل ششم داریم:

$$\dot{q}_b^i = \frac{1}{2} q_b^i \omega_{ib}^b \quad (7-3)$$

$$\dot{q}_b^c = \frac{1}{2} q_b^c \omega_{cb}^b$$

با جایگزاری رابطه (۳-۷) در رابطه (۲-۷) داریم:

$$\frac{1}{2} q_b^i \omega_{ib}^b = \dot{q}_c^i q_b^c + \frac{1}{2} q_c^i q_b^c \omega_{cb}^b \quad (7-4)$$

با ضرب رابطه (۴-۷) در q_c^b از سمت راست داریم:

$$\frac{1}{2} q_b^i \omega_{ib}^b q_c^b = \dot{q}_c^i q_b^c q_c^b + \frac{1}{2} q_c^i q_b^c \omega_{cb}^b q_c^b \quad (7-5)$$

در نتیجه:

$$\dot{q}_c^i = \frac{1}{2} q_c^i q_b^c \omega_{ib}^b q_c^b - \frac{1}{2} q_c^i q_b^c \omega_{cb}^b q_c^b \quad (7-6)$$

با توجه به رابطه (۴-۶) از فصل ششم، داریم:

$$\dot{q}_c^i = \frac{1}{2} q_c^i \omega_{ib}^c - \frac{1}{2} q_c^i \omega_{cb}^c \quad (7-7)$$

حال با توجه به رابطه (۶-۶) از فصل ششم، رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\dot{q}_c^i = \frac{1}{2} q_c^i \delta \omega_{ib}^c \quad (7-8)$$

معادله (۷-۸) از این جهت غیرخطی می‌باشد که به صورت ضرب دو خطا می‌باشد. مفهوم رابطه (۷-۸) این است که تغییرات کواترنین خطای اولیه، در هر لحظه از زمان، تنها وابسته به خطای ژيروسکوپها می‌باشد. حال رابطه غیرخطی خطای کواترنینها در دستگاه اینرسی حاصل شده است. در ادامه رابطه غیرخطی خطای سرعت در دستگاه اینرسی استخراج می‌گردد.

با توجه به رابطه (۱۸-۶) و رابطه (۱-۶) از فصل ششم داریم:

$$\delta \dot{V}^i = q_b^i (\delta f^b + \tilde{f}^b) q_i^b - q_b^c \tilde{f}^b q_c^b + g^i - \tilde{g}^c \quad (7-9)$$

در نتیجه:

$$\delta \dot{V}^i = q_c^i q_b^c (\delta f^b + \tilde{f}^b) q_c^b q_i^c - q_b^c \tilde{f}^b q_c^b + g^i - \tilde{g}^c \quad (7-10)$$

با ضرب رابطه (7-10) و ساده‌سازی و صرف‌نظر از خطای مدل جاذبه (با توجه به این که در کاربرد مورد نظر، موقعیت به طور کامل مشخص می‌باشد) رابطه (7-11) حاصل می‌شود:

$$\delta \dot{V}^i = q_c^i \delta f^c q_i^c + q_c^i \tilde{f}^c q_i^c - \tilde{f}^c \quad (7-11)$$

رابطه (7-11) مدل غیرخطی خطای سرعت در دستگاه اینرسی بر مبنای کواترنین‌ها می‌باشد.

7-3- توسعه مدل غیرخطی خطا

به دلیل عدم مشاهده‌پذیری کامل خطای سنسورها [64, 67]، با صرف‌نظر کردن از این خطا، رابطه غیر خطی مربوط به خطای کواترنین‌ها را می‌توان به صورت زیر ساده کرد.

$$\dot{q}_c^i = 0 \quad (7-12)$$

مفهوم رابطه (7-12) این است که در طول مدت توجیه اولیه، خطای کواترنین‌ها ثابت و همان خطای اولیه است. با توجه به دقت زیاد سنسورهای مورد استفاده و همچنین کوتاه بودن زمان توجیه اولیه در کاربردهای شمالیابی، این مسئله صحیح است. همچنین برای سرعت داریم:

$$\delta \dot{V}^i = q_c^i \tilde{f}^c q_i^c - \tilde{f}^c \quad (7-13)$$

با توجه به رابطه (7-13)، گسسته‌سازی مرتبه اول خطای سرعت به صورت زیر می‌باشد:

$$\delta V^i(k+1) = \delta V^i(k) + \Delta t \left(q_c^i \tilde{f}^c(k+1) q_i^c - \tilde{f}^c(k+1) \right) \quad (7-14)$$

با تعریف $S\tilde{f}^c(k+1)$ به صورت زیر داریم:

$$S\tilde{f}^c(k+1) = \Delta t \sum_{j=1}^{j=k+1} \tilde{f}^c(j) \quad (7-15)$$

با توجه به رابطه (7-18) و ثابت بودن q_c^i داریم:

$$\delta V^i(k+1) = q_c^i S\tilde{f}^c(k+1) q_i^c - S\tilde{f}^c(k+1) \quad (7-16)$$

فرض می‌کنیم خطای سرعت در لحظه اول صفر است ($\delta V^i(0) = 0$). با توجه به اینکه مقادیر سرعت جزء اندازه‌گیری‌ها می‌باشند و مقدار واقعی آن با توجه به سکون بودن کشتی در لنگرگاه در دستگاه اینرسی مشخص می‌باشد، این فرض صحیح است. اگر $\delta V^i(0)$ مقداری غیر صفر و مشخص نیز فرض می‌شد باز هم تفاوتی نمی‌کرد و تنها یک جمله ثابت به رابطه (7-16) اضافه می‌شد. $\delta V^i(k+1)$

تابعی غیرخطی از خطای کواترنین اولیه می‌باشد. روابط (۷-۱۲) و (۷-۱۶) دو رابطه اصلی می‌باشند که به همراه رابطه (۷-۱۵)، خطای سرعت را به صورت تابعی غیرخطی از کواترنین خطای اولیه بیان می‌کنند. این نکته مهم است که $\delta V^i(k)$ در هر لحظه دارای سه سطر می‌باشد و هر سطر آن دارای جملاتی غیرخطی از آرایه‌های q_c^i می‌باشد.

۷-۴- مقید سازی

در روابط بالا هیچ فرضی برای کواترنین خطای اولیه در نظر گرفته نشده است. در محاسبه این کواترنین ممکن است نتایج نامعقولی بدست آید که شرط یک بودن اندازه کواترنین‌ها را برآورده نسازد. بر خلاف خطای مربوط به کواترنین اولیه که در فصل هفتم تخمین زده می‌شد، در اینجا چهارتابی تخمین زده شده خود یک کواترنین بوده و باید قید کواترنین بودن را بر آورده سازد. در فصل هفتم تنها خطای کوچکی برای کواترنین اولیه تخمین زده می‌شد که با آن جمع شده و بعد قید ایجاد می‌گردید. برای رفع این مشکل، تابعی به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\delta q_c^i = q_{c0}^{i2} + q_{c1}^{i2} + q_{c2}^{i2} + q_{c3}^{i2} - 1 \quad (7-17)$$

که در آن δq_c^i خطای اندازه آرایه‌های کواترنین q_c^i می‌باشد.

۷-۵- حداقل سازی خطای سرعت

بر مبنای بسط رابطه (۷-۱۶) و رابطه (۷-۱۷) چهار تابع غیرخطی بر مبنای آرایه‌های کواترنین q_c^i

داریم:

$$\begin{aligned} \delta V_x^i &= -2(q_{c2}^{i2} + q_{c3}^{i2})S\tilde{f}_x^c + 2(q_{c1}^i q_{c2}^i - q_{c0}^i q_{c3}^i)S\tilde{f}_y^c \\ &\quad + 2(q_{c1}^i q_{c3}^i - q_{c0}^i q_{c2}^i)S\tilde{f}_z^c \\ \delta V_y^i &= 2(q_{c1}^i q_{c2}^i + q_{c0}^i q_{c3}^i)S\tilde{f}_x^c - 2(q_{c1}^{i2} + q_{c3}^{i2})S\tilde{f}_y^c \\ &\quad + 2(q_{c2}^i q_{c3}^i - q_{c0}^i q_{c1}^i)S\tilde{f}_z^c \\ \delta V_z^i &= 2(q_{c1}^i q_{c3}^i - q_{c0}^i q_{c2}^i)S\tilde{f}_x^c + 2(q_{c2}^i q_{c3}^i + q_{c0}^i q_{c1}^i)S\tilde{f}_y^c \\ &\quad - 2(q_{c1}^{i2} + q_{c2}^{i2})S\tilde{f}_z^c \\ \delta q_c^i &= q_{c0}^{i2} + q_{c1}^{i2} + q_{c2}^{i2} + q_{c3}^{i2} - 1 \end{aligned} \quad (7-18)$$

بر مبنای معادلات مربوط به سرعت در دستگاه اینرسی، بخش ۶-۵، سرعت صحیح همواره مشخص است. همچنین با حل لحظه‌ای معادلات ناوبری در دستگاه اینرسی و با تفاضل‌گیری آن از سرعت صحیح در دستگاه اینرسی، می‌توان خطای سرعت را محاسبه کرد. حال مقادیر مطلوب خطای سرعت مشخص می‌باشد و برای خطای کوتاه‌ترین‌ها نیز همانطور که از رابطه چهارم معادله (۷-۱۸) مشخص است، مقدار مطلوب صفر می‌باشد. با محاسبه ماتریس ژاکوبین این توابع، به سادگی می‌توان بر مبنای روش‌های غیرخطی نظیر گوس-نیوتن یا لونبرگ-مارکوات، مقادیر q_c^i را محاسبه کرد. توابع F را بر مبنای مقادیر صحیح خطای سرعت δV_m^i ، به صورت زیر تشکیل می‌دهیم:

$$F = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta V_x^i - \delta V_{xm}^i \\ \delta V_y^i - \delta V_{ym}^i \\ \delta V_z^i - \delta V_{zm}^i \\ \delta q_c^i - 0.0 \end{bmatrix} \quad (7-19)$$

به دلیل اینکه مقادیر صحیح خطاهای سرعت مشخص و مقداری عددی می‌باشند ماتریس ژاکوبین

اختلاف خطاها به صورت زیر می‌گردد:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_{c0}^i} & \frac{\partial \delta f_1}{\partial q_{c1}^i} & \frac{\partial f_1}{\partial q_{c2}^i} & \frac{\partial f_1}{\partial q_{c3}^i} \\ \frac{\partial f_2}{\partial q_{c0}^i} & \frac{\partial f_2}{\partial q_{c1}^i} & \frac{\partial f_2}{\partial q_{c2}^i} & \frac{\partial f_2}{\partial q_{c3}^i} \\ \frac{\partial f_3}{\partial q_{c0}^i} & \frac{\partial f_3}{\partial q_{c1}^i} & \frac{\partial f_3}{\partial q_{c2}^i} & \frac{\partial f_3}{\partial q_{c3}^i} \\ \frac{\partial f_4}{\partial q_{c0}^i} & \frac{\partial f_4}{\partial q_{c1}^i} & \frac{\partial f_4}{\partial q_{c2}^i} & \frac{\partial f_4}{\partial q_{c3}^i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \delta V_x^i}{\partial q_{c0}^i} & \frac{\partial \delta V_x^i}{\partial q_{c1}^i} & \frac{\partial \delta V_x^i}{\partial q_{c2}^i} & \frac{\partial \delta V_x^i}{\partial q_{c3}^i} \\ \frac{\partial \delta V_y^i}{\partial q_{c0}^i} & \frac{\partial \delta V_y^i}{\partial q_{c1}^i} & \frac{\partial \delta V_y^i}{\partial q_{c2}^i} & \frac{\partial \delta V_y^i}{\partial q_{c3}^i} \\ \frac{\partial \delta V_z^i}{\partial q_{c0}^i} & \frac{\partial \delta V_z^i}{\partial q_{c1}^i} & \frac{\partial \delta V_z^i}{\partial q_{c2}^i} & \frac{\partial \delta V_z^i}{\partial q_{c3}^i} \\ \frac{\partial \delta q_c^i}{\partial q_{c0}^i} & \frac{\partial \delta q_c^i}{\partial q_{c1}^i} & \frac{\partial \delta q_c^i}{\partial q_{c2}^i} & \frac{\partial \delta q_c^i}{\partial q_{c3}^i} \end{bmatrix} \quad (7-20)$$

مقادیر ماتریس ژاکوبین رابطه (۷-۲۰) بر مبنای توابع رابطه (۷-۱۹) و رابطه (۷-۱۸) به طور کامل

مشخص می‌باشد. حداقل سازی توابع غیرخطی F نسبت به مقادیر کوتاه‌ترین خطا و بر مبنای روش

گوس-نیوتن به صورت زیر می‌باشد:

$$q_{c_k}^i = q_{c_{k-1}}^i - h(J_{k-1}^T J_{k-1})^{-1} J_{k-1}^T F_{k-1} \quad (7-21)$$

در رابطه (۷-۲۱) h پارامتر گام می‌باشد و با استفاده از روش بازگشتی، مقادیر کوتاه‌ترین خطا بدست

می‌آیند. برای مقدار اولیه q_c^i ، کوتاه‌ترین زاویه صفر (1 0 0 0) کفایت می‌کند. مقادیر، با استفاده از روش

لونبرگ-مارکوات نیز مشابه روش گوس-نیوتن قابل محاسبه می‌باشند.

۷-۶- فرایند توجیه اولیه غیرخطی مقید پیشنهادی

به منظور توجیه اولیه با استفاده از یک دسته داده سنسور و بر مبنای حداقل سازی غیرخطی مقید، مراحل زیر انجام می‌گیرد:

(الف) یک کواترنین اولیه دلخواه در نظر گرفته می‌شود. همچنین مقادیر اولیه موقعیت و سرعت بر مبنای مقادیر اندازه‌گیری (در دستگاه اینرسی) در نظر گرفته می‌شوند. کواترنین اولیه دلخواه تاثیری در دقت همگرایی ندارد و تنها باید شرایط یک کواترنین را دارا باشد.

(ب) بر مبنای مقادیر قسمت (الف) با استفاده از یک دسته داده از سنسورها، معادلات ناوبری در دستگاه اینرسی در هر لحظه حل می‌گردند و مقادیر سرعت (با توجه به کواترنین اولیه‌ای که دارای خطا می‌باشد) در هر لحظه از زمان بدست می‌آید.

(ج) بر مبنای معادلات اندازه‌گیری، با توجه به اینکه کشتی در لنگرگاه جابجایی فیزیکی ندارد، مقادیر واقعی سرعت در دستگاه اینرسی در هر لحظه از زمان محاسبه می‌گردد.

(د) بر مبنای داده سنسورها و مقادیر کواترنین لحظه‌ای قسمت (ب) (مورد استفاده در معادلات می‌باشد) معادلات خطای ناوبری بر مبنای خطای کواترنین اولیه اجرا می‌گردد و معادلات خطای سرعت بر مبنای خطای کواترنین اولیه در هر لحظه از زمان بدست می‌آید.

(ه) از سرعت‌های لحظه‌ای قسمت‌های (ب)، (ج) و (د) برای زمان‌های خاصی (مثلاً هر ده ثانیه) نمونه‌گیری می‌کنیم. در این حالت برای هر لحظه، سه دسته سرعت داریم.

(و) بر مبنای سرعت‌های لحظات در نظر گرفته‌شده و با توجه به معادلات بخش ۷-۵، کواترنین خطای اولیه بر مبنای روش‌هایی همچون گوس-نیوتن محاسبه می‌گردد.

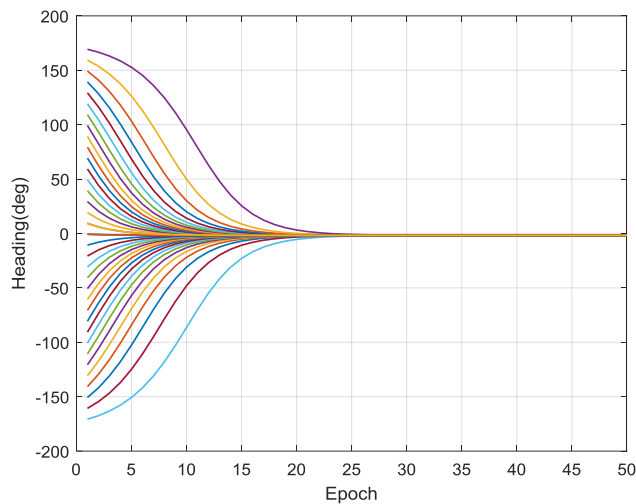
۷-۷- ارزیابی الگوریتم

به منظور ارزیابی الگوریتم پیشنهادی، از یک سامانه اندازه‌گیری اینرسی با مشخصات ارائه شده در ضمیمه ۱ استفاده شده است. در ادامه، نتایج تست‌های واقعی در سه وضعیت نشان داده شده است. در مرحله اول مجموعه در حالت سکون مورد تست قرار گرفته است. در مرحله دوم، زاویه سمت به

صورت مثلثی تغییر کرده است و در نهایت، هر سه زاویه، متغیر در نظر گرفته شده است. در هر سه وضعیت، داده‌ها مشابه فصل هفتم می‌باشد و به همین دلیل از شکل‌های مربوط به داده‌های سنسورها صرف‌نظر شده است.

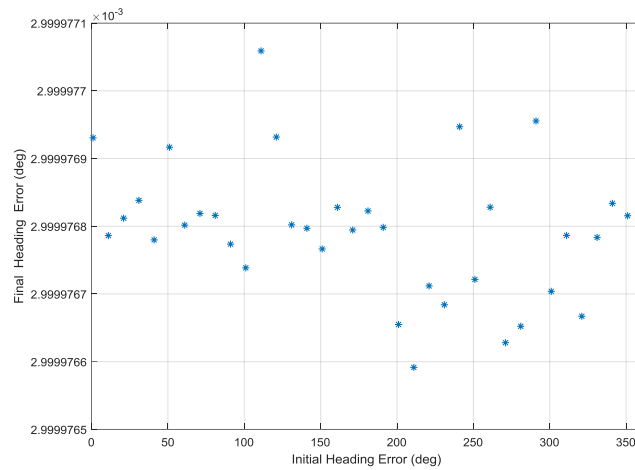
۱-۷-۷- تست سکون

در مرحله اول، مجموعه روی میز تست بسته شده و در حالت سکون می‌باشد. در این حالت به مدت سه دقیقه داده از سنسورها ذخیره گردیده و الگوریتم با خطاهای سمت اولیه متفاوت اجرا می‌گردد. در الگوریتم برای هر ده ثانیه، خطاها ذخیره شده و برای هجده نقطه، روش گوس- نیوتن برای پنجاه بار اجرا می‌گردد. مقادیر همگرایی زاویه سمت در این اجراها به صورت شکل ۱-۷ می‌باشد.

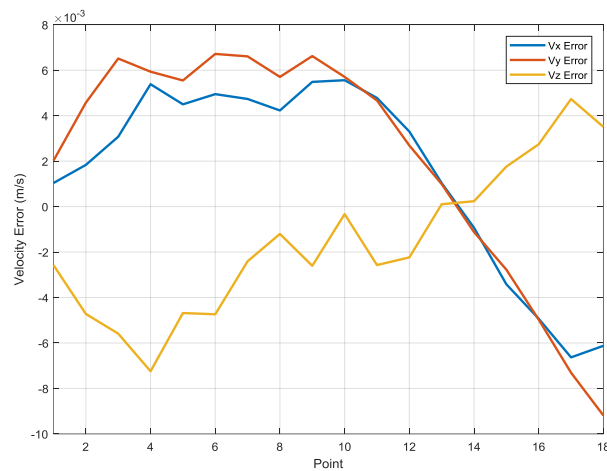


شکل ۱-۷- همگرایی زاویه سمت در تست سکون، در الگوریتم غیرخطی مقید، برای خطاهای اولیه متفاوت

همانطور که در شکل ۱-۷ مشخص می‌باشد. عدد زاویه سمت نهایی، ارتباطی به خطای اولیه در نظر گرفته شده ندارد.



شکل ۲-۷- خطای نهایی زاویه سمت در تست سکون، در الگوریتم غیرخطی مقید، برای خطاهای اولیه متفاوت در شکل ۲-۷ نیز مقادیر خطای نهایی زاویه سمت برای خطاهای اولیه ورودی، نشان داده شده است. همانطور که از شکل مشخص است، نتایج بر حسب درجه تا هشت رقم اعشار بر روی هم منطبق می‌باشند.

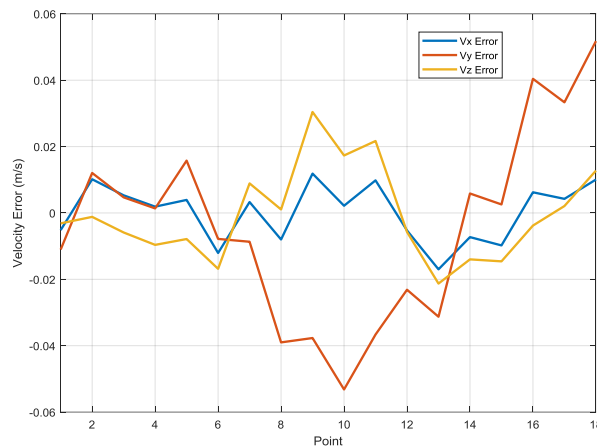


شکل ۳-۷- خطای سرعت در تست سکون، در الگوریتم غیرخطی مقید، برای هجده نقطه، پس از اصلاح خطای زوایای اولیه

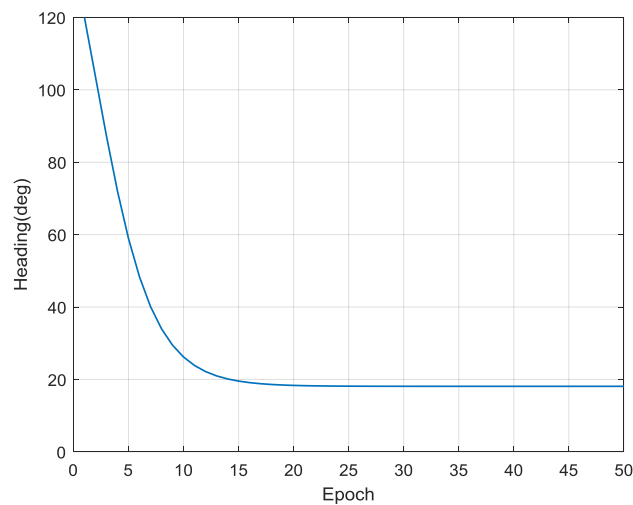
در شکل ۳-۷ مقادیر خطای نهایی سرعت برای هجده نقطه در نظر گرفته شده برای اصلاح، نشان داده شده است. مقادیر خطای سرعت‌ها قبل از اصلاح خطای زوایای اولیه، مقادیر بزرگی می‌باشد.

۷-۷-۲- تست تغییر در زاویه سمت

در مرحله دوم، مجموعه روی میز تست بسته شده و زاویه سمت به صورت مثلثی تحریک می‌گردد. سرعت زاویه‌ای اعمالی ۱۰ درجه بر ثانیه در نظر گرفته شده است. در این حالت نیز ۱۸۰ ثانیه از سنسور داده‌برداری انجام گردیده و خطای اولیه زاویه سمت ۱۰۰ درجه در نظر گرفته شده است. منحنی مربوط به حرکت زاویه سمت مطابق شکل ۶-۶ فصل ششم می‌باشد. خطای سرعت‌ها پس از اصلاح زاویه سمت، برای هجده نقطه، در شکل ۷-۴ آمده است.



شکل ۷-۴- خطای سرعت در تست تغییر زاویه سمت، در روش غیرخطی مقید، برای هجده نقطه، پس از اصلاح خطای زوایای اولیه

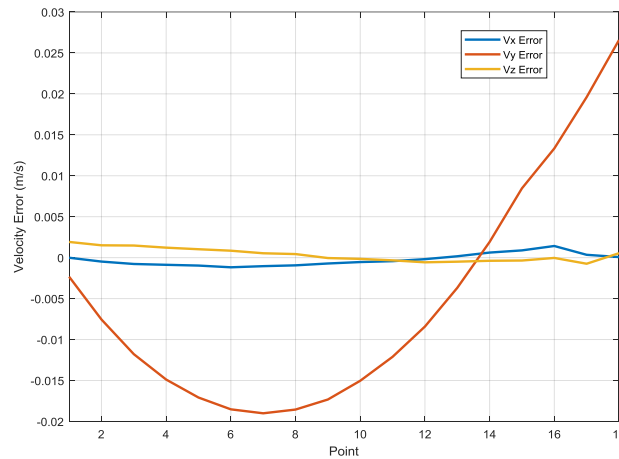


شکل ۷-۵- روند همگرایی زاویه سمت، در الگوریتم غیرخطی مقید، در تست زاویه سمت متغیر با روش گوس- نیوتن

روند همگرایی زاویه سمت با خطای اولیه ۱۰۰ درجه در شکل ۷-۵ آمده است.

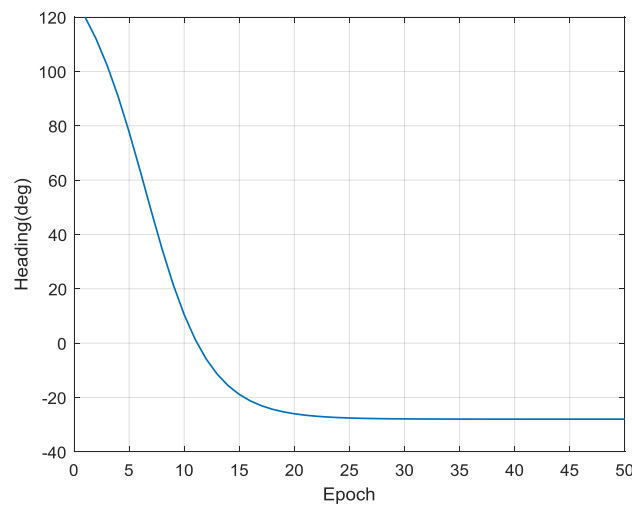
۷-۳-۷- تست در شرایط نوسانات دریا

در مرحله آخر، هر سه محور به طور همزمان با فرکانس ۰,۱ هرتز تحریک شده و به منظور ارزیابی الگوریتم پیشنهادی استفاده گردیده است. در این شرایط نیز از ۱۸۰ ثانیه داده استفاده شده است. خطای اولیه سمت در این تست ۱۵۰ درجه در نظر گرفته شده است.



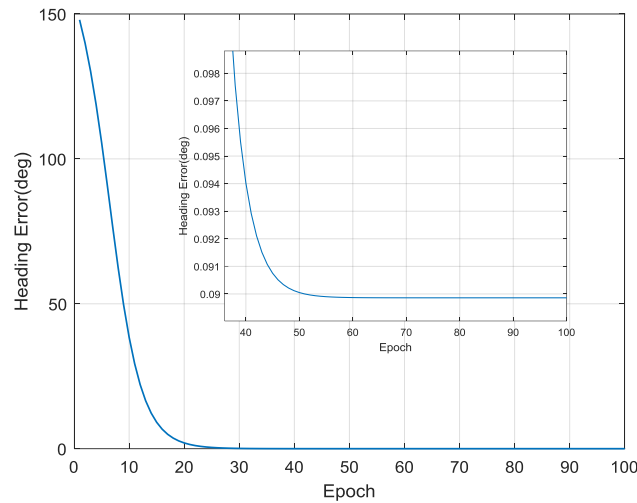
شکل ۷-۶- خطای سرعت در تست شرایط دریا با الگوریتم غیرخطی مقید، پس از اصلاح خطای زوایای اولیه

روند همگرایی زاویه سمت با خطای اولیه ۱۵۰ درجه در شکل ۷-۷ آمده است.



شکل ۷-۷- روند همگرایی زاویه سمت در تست شرایط دریا در الگوریتم غیرخطی مقید، با روش گوس- نیوتن

خطای نهایی زاویه سمت نیز در شکل ۷-۸ آمده است.

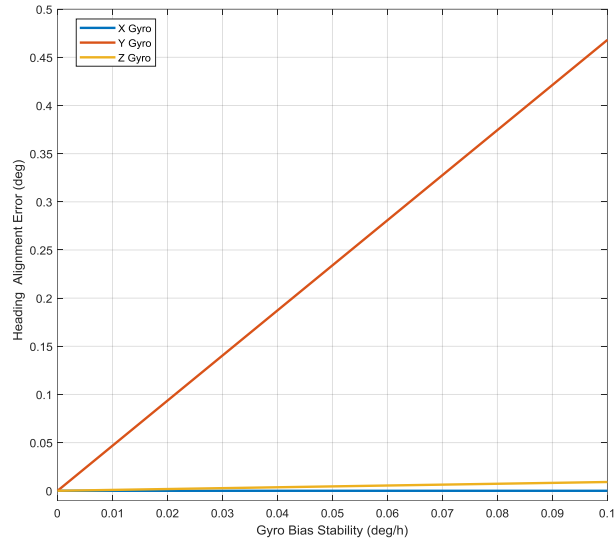


شکل ۷-۸- خطای نهایی زاویه سمت در تست با شرایط نوسانات دریا در الگوریتم غیرخطی مقید برای ۱۰۰ بار اجرا با روش گوس- نیوتن

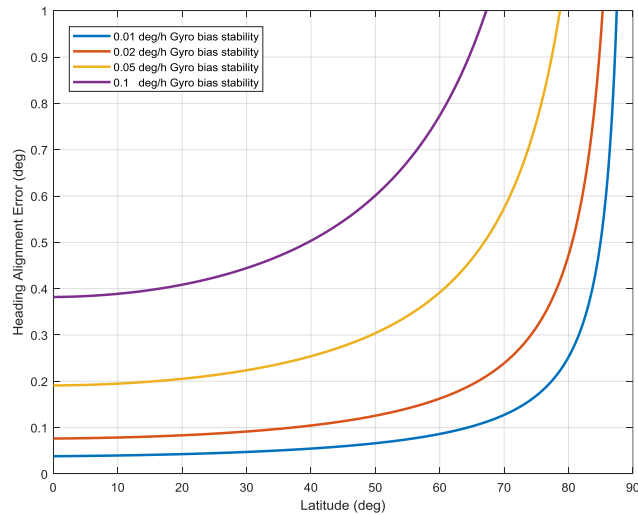
با توجه به سه دسته تست انجام شده، مشخص می‌گردد که در شرایط مختلف، الگوریتم پیشنهادی همگرایی مطلوبی در زمان ۱۸۰ ثانیه ایجاد می‌کند. این الگوریتم به میزان خطای اولیه زاویه سمت وابسته نمی‌باشد و در خطاهای متفاوت، رفتار یکسانی از لحاظ همگرایی و دقت دارد.

۷-۷-۴- تست حساسیت الگوریتم به بایاس ژيروسکوپ ها

به منظور بررسی بیشتر الگوریتم پیشنهادی، در این بخش حساسیت آن به بایاس ژيروسکوپ‌ها، با شبیه سازی، مورد بررسی قرار می‌گیرد. تست در شبیه سازی نوسانات دریا و برای مقادیر بایاس ژيروسکوپ‌ها از صفر تا یک‌دهم درجه بر ساعت مد نظر می‌باشد. همچنین نوسانات حول زاویه سمت صفر درجه و عرض جغرافیایی ۳۵ درجه در نظر گرفته شده‌است. آنطور که از شکل ۷-۹ مشخص است، ژيروسکوپ γ بیشترین تاثیر را در دقت نهایی سمت دارد. در حالت کلی و با انجام تست‌های مختلف در زوایای سمت متفاوت، مشخص می‌گردد که در حالت کلی ژيروسکوپی که بیشترین تاثیر را دارد ژيروسکوپ کانال شرق است. در سیستم‌های بدون صفحه پایدار، در حالت کلی این کانال تصویری از هر سه ژيروسکوپ متصل به بدنه می‌باشد.



شکل ۷-۹- تست اثرپذیری الگوریتم از بایاس ژيروسکوپ ها در زاویه سمت صفر درجه و عرض جغرافیایی ۳۵ درجه. به منظور بررسی صحت نتایج، منحنی مربوط به خطای زاویه سمت در توجیه اولیه برای عرض های جغرافیایی متفاوت و بایاس های متفاوت در ژيروسکوپ ها بر گرفته از مرجع [۱] در شکل ۷-۱۰ آمده است.



شکل ۷-۱۰- خطای سمت در توجیه اولیه برای عرض های جغرافیایی متفاوت و بایاس های متفاوت ژيروسکوپ ها همانطور که از شکل ۷-۱۰ مشخص است نتایج در عرض جغرافیایی ۳۵ درجه با نتایج منحنی ۷-۹ مطابقت دارد.

۷-۸- جمع بندی

در این فصل، ابتدا مدل غیرخطی انتشار خطای نوابری بر مبنای کوتاهترین‌ها در دستگاه اینرسی ارائه گردید. در ادامه برای کاربرد شمالیابی دریایی، در این مدل تغییراتی ایجاد شد. سپس مدل پیشنهادی برای کاربرد شمالیابی توسعه داده شد. همچنین قید یک بودن اندازه کوتاهترین خطا به روابط اضافه شد. بر مبنای توسعه مدل پیشنهادی، در طول زمان توجیه اولیه، کوتاهترین خطا در هر لحظه از زمان در طول مدت توجیه اولیه ثابت می‌باشد. در ادامه، الگوریتمی به منظور تخمین کوتاهترین خطای اولیه بر مبنای حداقل سازی اختلاف خطای سرعت خروجی از معادلات نوابری و خطای سرعت خروجی مدل غیرخطی که به صورت توابعی از آرایه‌های کوتاهترین خطای اولیه می‌باشد، پیشنهاد گردید. بر مبنای الگوریتم پیشنهادی، تنها با داشتن داده‌های چند نقطه، در طول زمان توجیه اولیه، می‌توان کوتاهترین خطا را محاسبه کرد.

مزیت اولیه الگوریتم پیشنهادی این است که بر خلاف روش ارائه شده در فصل هفتم، که در آن نیاز به ذخیره تمام داده‌های سنسورها در طول زمان توجیه اولیه بود، به منظور پیاده‌سازی نیاز به فضای ذخیره‌سازی زیادی ندارد و تنها داده‌های خطا در چند نقطه ذخیره می‌گردند. بر مبنای نتایج تست‌ها مشخص گردید، همانطور که انتظار می‌رفت، این الگوریتم به مقدار خطای اولیه در زاویه سمت حساس نمی‌باشد و برای تمام خطاهای اولیه، دارای رفتار همگرایی و دقت یکسانی می‌باشد و خطای خروجی الگوریتم به خطای اولیه زاویه سمت وابسته نمی‌باشد. همچنین بر مبنای بررسی نتایج تست‌های مختلف، مشخص گردید که الگوریتم پیشنهادی دارای رفتار مناسبی در شرایط مختلف دینامیک محیطی دریا می‌باشد. وابستگی کم الگوریتم به دینامیک محیطی دریا، مزیتی است که الگوریتم‌هایی که بر مبنای فیلترها طراحی گردیده‌اند در آن دچار مشکل می‌باشند.

همواره باید این نکته را مد نظر قرار داد که در برخی موارد، سنسورها به دلیل ساختار داخلی، پهنای باند کم و یا کالیبراسیون نامناسب، در شرایط مختلف دریا رفتار خطای متفاوتی دارند که این امر می‌تواند سبب تغییر خطای نهایی الگوریتم در شرایط مختلف محیطی دریا گردد. در هر حالت، خطای الگوریتم‌ها همواره به دقت سنسورها وابسته است و این امر اجتناب ناپذیر است.

فصل هشتم: جمع بندی و ارائه پیشنهادات

۸-۱- اهداف کلی

فعالیت‌های انجام گرفته در این پژوهش در زمینه توجیه اولیه سامانه‌های ناوبری اینرسی بدون صفحه پایدار در شرایط دریا بوده است. در تمام مراحل پژوهش، سه هدف عمده مد نظر بوده است:

- ۱) دستیابی به حداکثر دقت در شمالیابی (دقت‌هایی در حد دقت شمالیابی در شرایط سکون)
- ۲) کاهش زمان شمالیابی تا حد امکان (کمتر از پنج دقیقه)
- ۳) پاسخ مناسب در شرایط مختلف دریا.

مسئله امکان پیاده‌سازی از لحاظ حجم داده ذخیره شده و حجم پردازش نیز به عنوان هدف جانبی مد نظر قرار گرفته است.

۸-۲- جمع بندی دستاوردهای پژوهش

بر مبنای اهداف تعیین شده، شش دستاورد عمده به صورت نوآورانه، ایجاد و یا توسعه داده شده است. این شش دستاورد به شرح زیر می‌باشند:

- ۱) بهبود فرایند کالیبراسیون سامانه‌های ناوبری اینرسی، بدون نیاز به میز دقیق، برای کاربردهای شمالیابی دریایی:

نوآوری اول این بخش این است که مدلی برای کالیبراسیون سیستماتیک سامانه‌های اندازه‌گیری اینرسی استخراج شده است که در هر لحظه از زمان و برای حرکت‌های ساده و ترکیبی، خطای ماتریس دوران و سرعت را به صورت تابعی از پارامترهای کالیبراسیون بیان می‌کند. نوآوری دوم، پیشنهاد کالیبراسیون سیستماتیک تنها با استفاده از یک وضعیت مشخص و دقیق، می‌باشد.

- ۲) توجیه اولیه غیردقیق بر مبنای برازش دوایر مربوط به حرکت بردار جاذبه در دستگاه اینرسی و محاسبه مستقیم ماتریس دوران از روی معادله پارامتری دوایر:

نوآوری این بخش، استخراج غیرخطی معادله دایره بر مبنای مشخصات خاص آن، به صورت پارامتری و از طریق آن استخراج ماتریس انتقال اولیه سامانه ناوبری اینرسی می‌باشد.

۳) بهبود سرعت همگرایی در روش‌های مبتنی بر فیلترکالمن با اضافه کردن فیدبک سیگنال کنترلی بر مبنای تلفیق با روش‌های سنتی شمالیایی در سامانه‌های با صفحه پایدار: در این بخش پژوهش، با الهام از روش شمالیایی سامانه‌های ناوبری مبتنی بر صفحه پایدار و همچنین بر مبنای ساختار فیلتر کالمن، یک الگوریتم پیشنهادی توجیه اولیه سامانه‌های ناوبری اینرسی دریایی بر مبنای فیدبک سیگنال کنترلی ارائه گردیده است.

۴) بهبود عملکرد فیلتر کالمن غیرخطی بی‌بو به منظور پاسخ‌دهی مناسب در شرایط مختلف دریا با تنظیمی کردن ماتریس کواریانس اندازه‌گیری بر مبنای شرایط دریا: نوآوری اصلی این بخش این است که بهره فیلتر کالمن بی‌بو بر مبنای دینامیکی که توسط شتاب‌سنج سنجیده می‌شود تنظیم می‌گردد.

۵) بهبود سرعت همگرایی با ارائه الگوریتم تکرار شونده، با توسعه معادلات انتشار خطای ناوبری و بدون نیاز به معادلات معکوس ناوبری:

در این بخش پژوهش، ابتدا مدل انتشار خطای ناوبری بر مبنای خطای کواترنین‌ها در دستگاه اینرسی استخراج گردیده است، این مدل برای انتشار خطای ناوبری بر مبنای خطای کواترنین اولیه توسعه داده شده است. در ادامه خطای کواترنین اولیه بر اساس حداقل کردن مربعات خطای سرعت در طول زمان توجیه اولیه، تخمین زده شده است.

۶) ارائه روش غیرخطی مقید بر مبنای توسعه غیرخطی معادلات انتشار خطای ناوبری برای کاربرد شمالیایی و ایجاد حل جامع و سریع. این حل وابستگی کمی به شرایط محیطی دریا داشته و از لحاظ حجم داده ذخیره شده و حجم پردازش نیز دارای وضعیت مناسبی می‌باشد:

در این بخش پژوهش، ابتدا مدلی غیرخطی برای انتشار خطای ناوبری بر مبنای کواترنین‌ها ارائه گردیده است. در ادامه، این مدل برای کاربرد مورد نظر در شمالیایی دریایی توسعه داده می‌شود. در این توسعه سه رابطه غیرخطی برای خطای سرعت به همراه یک قید، در دستگاه اینرسی بر مبنای کواترنین خطای اولیه ارائه گردیده است. بر مبنای سه رابطه غیرخطی و یک رابطه مربوط به قید، روشی برای حداقل-سازی غیرخطی خطای سرعت ارائه گردیده است.

۸-۳- راهکار مناسب پیشنهادی در مسئله توجیه اولیه در دریا

به دلیل نوسانات همیشگی ناشی از شرایط دریا، مسئله کالیبراسیون سامانه‌های ناوبری اینرسی به منظور دستیابی به حداکثر دقت، همواره باید مد نظر قرار گیرد. در مسئله شمالیابی در دریا، راهکارهای مبتنی بر حرکت جاذبه در دستگاه اینرسی، عمدتاً راهکارهایی غیر دقیق می‌باشند و فقط برای مرحله توجیه اولیه غیر دقیق پیشنهاد می‌گردند. استفاده از روش‌های مبتنی بر فیلتر، در شروع توجیه اولیه، دارای دو مشکل اساسی می‌باشد: یکی سرعت کند همگرایی و دیگری پاسخ متفاوت در شرایط مختلف دریا. به منظور بهبود این مشکلات، دو روش سیگنال کنترلی و بهره‌تنظیمی ارائه گردید که تا حدودی مشکلات را بهبود بخشیدند. روش‌های مبتنی بر تکرار داده‌ها به منظور افزایش سرعت همگرایی، روش‌های مناسبی می‌باشند ولی این روش‌ها نیاز به حجم داده ذخیره شده و حجم پردازش بالایی دارند که از لحاظ پیاده‌سازی مشکلاتی دارند. روش غیرخطی مقید روش پیشنهادی این پژوهش می‌باشد. این روش دارای سرعت همگرایی مناسب و دقت مطلوبی می‌باشد. این روش از لحاظ پیاده‌سازی نیز به حجم داده ذخیره شده و حجم پردازش بالایی نیاز ندارد.

۸-۴- پیشنهادات

در راستای ادامه پژوهش انجام شده در زمینه توجیه اولیه سامانه‌های ناوبری اینرسی در دریا، فعالیت‌های زیر پیشنهاد می‌گردد:

(۱) ارائه مدل‌هایی در وابستگی دقت کالیبراسیون به گذشت زمان بر مبنای مشخصات سنسور و انتشار خطای سنسورها در معادلات ناوبری.

(۲) کالیبراسیون برخط سامانه در صورت وجود داده‌های اضافی.

(۳) توجیه اولیه در شرایط متحرک بودن سامانه، در صورت وجود اندازه‌گیری‌های اضافی.

(۴) شمالیابی با تعداد سنسور کمتر (کاهش تعداد ژيروسکوپ‌ها یا شتاب‌سنج‌ها).

- [1]- Titterton, David, and John L. Weston. *Strapdown inertial navigation technology*. Vol. 17. IET, 2004.
- [2]- Gu, Dongqing, et al. "Coarse alignment for marine SINS using gravity in the inertial frame as a reference." *Position, Location and Navigation Symposium, 2008 IEEE/ION*. IEEE, 2008.
- [3]- Q. Cai, G. Yang, N. Song, Y. Liu, Systematic Calibration for Ultra-High Accuracy Inertial Measurement Units, www.mdpi.com/journal/sensors, Sensors 16-940, 2016.
- [4]- Xu, Bo, Lianzhao Wang, and Tenghui Duan. "A novel hybrid calibration method for FOG-based IMU." *Measurement* 147 (2019): 106900.
- [5]- Yun, Xu, Su Yan, Zhu Xinhua, and Luo Zhihang. "Network dynamic field calibration for micro inertial measurement unit." *Transactions of the Institute of Measurement and Control* 41, no. 10 (2019): 2826-2837.
- [6]- Bai, Shiyu, Jizhou Lai, Pin Lyu, Xiaowei Xu, Ming Liu, and Kai Huang. "A System-Level Self-Calibration Method for Installation Errors in A Dual-Axis Rotational Inertial Navigation System." *Sensors* 19, no. 18 (2019): 4005.
- [7]- Wang, Suier, Gongliu Yang, and Lifan Wang. "An Improve Hybrid Calibration Scheme for Strapdown Inertial Navigation System." *IEEE Access* 7 (2019): 151669-151681.
- [8]- Li, Jingchun, Wei Gao, and Ya Zhang. "Gravitational apparent motion-based SINS self-alignment method for underwater vehicles." *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 67, no. 12 (2018): 11402-11410.
- [9]- Xu, Xiang, Xiaosu Xu, Tao Zhang, and Zhicheng Wang. "In-motion filter-QUEST alignment for strapdown inertial navigation systems." *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 67, no. 8 (2018): 1979-1993.
- [10]- Liu, Xixiang, Songbing Wang, Xiaole Guo, Wenqiang Yang, and Guangfu Xu. "A method for gravitational apparent acceleration identification and accelerometer bias estimation." *IEEE Access* 7 (2019): 38115-38122.

- [11]- Xu, Xiang, Xiaosu Xu, Tao Zhang, and Zhicheng Wang. "In-motion filter-QUEST alignment for strapdown inertial navigation systems." *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 67, no. 8 (2018): 979-993.
- [12]- Huang, Yulong, Zheng Zhang, Siyuan Du, Youfu Li, and Yonggang Zhang. "A High-Accuracy GPS-Aided Coarse Alignment Method for MEMS-Based SINS." *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* (2020).
- [13] Zbrutsky, Olexandr, Sergiy Lakoza, Vladislav Meleshko, and Roman Chornomorets. "Autonomous Alignment of Strapdown Inertial Navigation System on Oscillating Base." In *2019 IEEE 2nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*, pp. 980-984. IEEE, 2019.
- [14]- Xu, Dingjie, Pan Jiang, Ya Zhang, Shiwei Fan, and Guochen Wang. "Fast and high precision alignment algorithm based on multi vector." In *2018 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium (PLANS)*, pp. 505-509. IEEE, 2018.
- [15]- Li, Qian, Yueyang Ben, and Feng Sun. "A novel algorithm for marine strapdown gyrocompass based on digital filter." *Measurement* 46.1 (2013): 563-571.
- [16]- Liu, Xixiang, et al. "An initial alignment method for strapdown gyrocompass based on gravitational apparent motion in inertial frame." *Measurement* 55 (2014): 593-604.
- [۱۷]- مهدی همتی؛ تهیه الگوریتم محاسباتی برای یک سیستم شمال یاب؛ پایان نامه کارشناسی ارشد؛ استاد راهنما دکتر محمدعلی معصوم‌نیا؛ دانشگاه صنعتی شریف؛ ۱۳۸۱.
- [18]- Liu, Yiting, et al. "A self-alignment algorithm for SINS based on gravitational apparent motion and sensor data denoising." *Sensors* 15.5 (2015): 9827-9853.
- [19]- Feng, Sun, et al. "A fast alignment algorithm in moving base for marine SINS." *International Journal of Digital Content Technology and Its Applications* 7.1 (2013): 788.
- [20]- Che, Yanting, et al. "An improved inertial frame alignment algorithm based on horizontal alignment information for marine SINS." *Sensors* 15.10 (2015): 25520-25545.
- [21]- Rogers, Robert M. *Applied mathematics in integrated navigation systems*. Vol. 1. Aiaa, 2003.

[22]- Gu, Dongqing, et al. "Coarse alignment for marine SINS using gravity in the inertial frame as a reference." *Position, Location and Navigation Symposium, 2008 IEEE/ION*. IEEE, 2008.

[23]- Whaba, G. "A least squares estimate of spacecraft attitude." *SIAM Review* 7.3 (1965): 409.

[24]- Britting, Kenneth R., and Thorgeir Palsson. "Self-alignment techniques for strapdown inertial navigation systems with aircraft application." *Journal of Aircraft* 7.4 (1970): 302-307.

[25]- Markley, F. Landis, and Daniele Mortari. "How to estimate attitude from vector observations." (1999).

[26]- KEMAL, İDER. *MODELING AND SIMULATION OF NAVIGATION SYSTEM WITH AN IMU AND A MAGNETOMETER*. Diss. MIDDLE EAST TECHNICAL UNIVERSITY, 2007.

[27]- Spielvogel, Andrew R., and Louis L. Whitcomb. "Adaptive bias and attitude observer on the special orthogonal group for true-north gyrocompass systems: Theory and preliminary results." *The International Journal of Robotics Research* 39, no. 2-3 (2020): 321-338.

[28] Liu, Yang, Gongliu Yang, and Qingzhong Cai. "A Novel Method for Determination on Switch Timing Between Damping and Non-Damping Status of Strapdown Fiber Optic Gyrocompass." *IEEE Access* 8 (2020): 15870-15882.

[۲۹]- سیدمحسن صالحی امیری؛ ارتقاء فرایند توجیه اولیه و کالیبراسیون سیستمهای ناوبری اینرسی با صفحه پایدار به روش کنترل حلقه بسته تصادفی؛ پایان نامه دکتری؛ استاد راهنما دکتر امیرعلی نیکخواه؛ دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی؛ ۱۳۹۳.

[30]- Ghanbarpourasl, Habib. "A new robust quaternion-based initial alignment algorithm for stationary strapdown inertial navigation systems." *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering* (2020): 0954410020920473.

- [31]- Li, Shutong, Yanbin Gao, and Meng Liu. "Multistage attitude determination alignment for velocity-aided in-motion strapdown inertial navigation system with different velocity models." *Sensors* 19, no. 3 (2019): 665.
- [32]- Arshal, George. "Error equations of inertial navigation." *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 10.4 (1987): 351-358.
- [33]- Guo, Shiluo, Yingjie Sun, Limin Chang, and Yang Li. "Robust cubature Kalman filter method for the nonlinear alignment of SINS." *Defence Technology* (2020).
- [34]- Benson, Donald O. "A comparison of two approaches to pure-inertial and Doppler-inertial error analysis." *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 4 (1975): 447-455.
- [35]- Yan, Zheping, Lu Wang, Tongda Wang, Honghan Zhang, and Zewen Yang. "Polar Transversal Initial Alignment Algorithm for UUV with a Large Misalignment Angle." *Sensors* 18, no. 10 (2018): 3231.
- [36]- Yu, Myeong-Jong, et al. "Equivalent nonlinear error models of strapdown inertial navigation system." *Guidance, Navigation, and Control Conference*. 1997.
- [37]- Lee, Hyung Keun, et al. "Modeling quaternion errors in SDINS: computer frame approach." *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 34.1 (1998): 289-300.
- [38]- Zhang, Yonggang, Geng Xu, and Xin Liu. "An improved SINS alignment method based on adaptive cubature Kalman filter." *Sensors* 19, no. 24 (2019): 5509.
- [39]- Kubo, Yukihiro, et al. "Nonlinear filtering methods for the INS/GPS in-motion alignment and navigation." *International Journal of Innovative Computing, Information and Control* 2.5 (2006): 1137-1151.
- [40]- Guo, Shiluo, Limin Chang, Yang Li, and Yingjie Sun. "Robust fading cubature Kalman filter and its application in initial alignment of SINS." *Optik* 202 (2020): 163593.
- [41]- Wang, Qin, et al. "The UKF and CDKF for low-cost SDINS/GPS in-motion alignment." *Proceedings of International Symposium on GPS/GNSS*. 2008.

- [42]- Lim, Jong Nam, and Chan Gook Park. "A Rapid and Adaptive Alignment under Mooring Condition Using Adaptive EKF and CNN-Based Learning." *Sensors* 20, no. 15 (2020): 4069.
- [43]- Bryne, Torleiv H., Thor I. Fossen, and Tor A. Johansen. "Design of inertial navigation systems for marine craft with adaptive wave filtering aided by triple-redundant sensor packages." *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* (2015).
- [44]- Dmitriyev, Sergey P., Oleg A. Stepanov, and Sergey V. Shepel. "Nonlinear filtering methods application in INS alignment." *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 33.1 (1997): 260-272.
- [45]- Wang, Jun-hou, et al. "Sigma point H-infinity filter for initial alignment in marine strapdown inertial navigation system." *Signal Processing Systems (ICSPS), 2010 2nd International Conference on*. Vol. 1. IEEE, 2010.
- [46]- Wu, Xu, and Feng Sun. "Simulation Study for FOG Strapdown Inertial Navigation Nonlinear Alignment Based on SVD-Cubature Kalman Filter." *Photonics and Optoelectronics (SOPO), 2012 Symposium on*. IEEE, 2012.
- [47]- Ali, Jamshaid, and M. Rasheeq Ullah Baig Mirza. "Initial orientation of inertial navigation system realized through nonlinear modeling and filtering." *Measurement* 44.5 (2011): 793-801.
- [48]- Jiancheng, Fang, and Yang Sheng. "Study on innovation adaptive EKF for in-flight alignment of airborne POS." *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 60.4 (2011): 1378-1388.
- [49]- Ali, Jamshaid, and Muhammad Ushaq. "A consistent and robust Kalman filter design for in-motion alignment of inertial navigation system." *Measurement* 42.4 (2009): 577-582.
- [50]- Sun, Yiding, Lifen Wang, Qingzhong Cai, Gongliu Yang, and Zeyang Wen. "In-motion attitude and position alignment for odometer-aided SINS based on backtracking scheme." *IEEE Access* 7 (2019): 20211-20224.

- [51]- Gao, Wei, Baofeng Lu, and Chunyang Yu. "Forward and backward processes for INS compass alignment." *Ocean Engineering* 98 (2015): 1-9.
- [52]- Ben, Yueyang, Lei Huang, and Xiaolong Yang. "A rapid damping method for a marine strapdown INS." *Ocean Engineering* 114 (2016): 259-268.
- [53]- Liu, Xixiang, et al. "A fast compass alignment method for SINS based on saved data and repeated navigation solution." *Measurement* 46.10 (2013): 3836-3846.
- [54]- Liu, Xixiang, et al. "A fast and high-accuracy transfer alignment method between M/S INS for ship based on iterative calculation." *Measurement* 51 (2014): 297-309.
- [55]- Wendel, Jan, Christian Schlaile, and Gert F. Trommer. "Direct Kalman filtering of GPS/INS for aerospace applications." *International Symposium on Kinematic Systems in Geodesy, Geomatics and Navigation (KIS2001)*. 2001.
- [56]- Shin, Eun-Hwan, and Naser El-Sheimy. "An unscented Kalman filter for in-motion alignment of low-cost IMUs." *Position Location and Navigation Symposium, 2004. PLANS 2004*.
- [57]- Lin, Yusen, L. Miao, and Zhiqiang Zhou. "An Improved MCMC-based Particle Filter for GPS-aided SINS In-motion Initial Alignment." *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* (2020).
- [58]- Hua, Cuong. "Gyrocompass Alignment with base motions: Results for a 1 nmi/h INS/GPS System." *Navigation* 47.2 (2000): 65-74.
- [59]- Zhang, Yi. "An approach of DVL-aided SDINS alignment for in-motion vessel." *Optik-International Journal for Light and Electron Optics* 124.23 (2013): 6270-6275.
- [60]- Li, Wanli, et al. "A novel scheme for DVL-aided SINS in-motion alignment using UKF techniques." *Sensors* 13.1 (2013): 1046-1063.
- [61]- Xu, Bo, et al. "Error analysis and compensation of gyrocompass alignment for SINS on moving base." *Mathematical Problems in Engineering* 2014 (2014).
- [62]- Salychev, Oleg Stepanovich. *Applied inertial navigation: problems and solutions*. Moscow, Russia:: BMSTU press, 2004.

- [63]- Julier S, Uhlmann J and Durrant-Whyte HF (2000) A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators. *IEEE Transactions on Automatic Control* 45(3): 477–482.
- [64]- Chung, Dohyoung, Chan Gook Park, and Jang Gyu Lee. "Observability analysis of strapdown inertial navigation system using Lyapunov transformation." *Decision and Control, 1996., Proceedings of the 35th IEEE Conference on*. Vol. 1. IEEE, 1996.
- [65]- Jiang, Yeon Fuh, and Yu Ping Lin. "Error estimation of INS ground alignment through observability analysis." *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic systems* 28.1 (1992): 92-97.
- [66]- Wu, Yuanxin, et al. "Observability of strapdown INS alignment: A global perspective." *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 48.1 (2012): 78-102.
- [67]- Fathi, M., A. Mohammadi, and N. Ghahramani. "INS alignment improvement using rest heading and zero-velocity updates." *JSST*(2016): 45-51.
- [68]- Savage, Paul G. *Strapdown analytics*. Vol. 2. Maple Plain, MN: Strapdown Associates, 2000.
- [69]- Nelles, Oliver. *Nonlinear system identification: from classical approaches to neural networks and fuzzy models*. Springer Science & Business Media, 2013.

ضمیمه ۱: توجیه اولیه غیر دقیق بر مبنای برازش دایروی

ض ۱-۱ - مقدمه

روش‌هایی که در مراجع مختلف برای توجیه اولیه غیردقیق بر مبنای حرکت بردار جاذبه در دستگاه اینرسی ارائه گردیده است هیچکدام مستقیماً معادله پارامتری دایره را تخمین نمی‌زنند همچنین هیچ کدام از آنها مستقیماً ماتریس تبدیل اولیه را نیز تخمین نمی‌زنند [۱۵، ۱۶]. در این فصل راه‌حلی برای توجیه اولیه غیردقیق سامانه‌های ناوبری اینرسی در دریا پیشنهاد گردیده است. در روش پیشنهادی از دریافت جاذبه در دستگاه اینرسی استفاده گردیده و از برازش دایروی برای یافتن ماتریس کسینوس هادی بین دستگاه ناوبری و بدنی استفاده می‌شود. در بخش دوم این فصل، دستگاه‌های مختصات مرجع مورد استفاده تعریف می‌گردند. در بخش سوم، اصول توجیه اولیه پیشنهادی بیان می‌گردد. در بخش چهارم مسئله برازش دایروی پیشنهادی به طور کامل مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش پنجم روش استخراج ماتریس کسینوس هادی از دوایر فیت شده توضیح داده می‌شود. در بخش ششم نتایج شبیه سازی مورد تحلیل قرار می‌گیرد و در نهایت در بخش هفتم جمع‌بندی و نتیجه‌گیری ارائه می‌گردد.

ض ۱-۲ - تعریف دستگاه‌های مختصات

دستگاه‌های مرجع مورد استفاده در این فصل به صورت زیر می‌باشند:

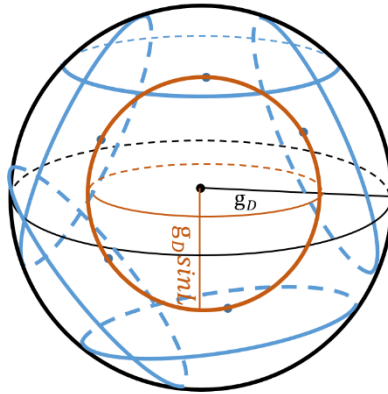
دستگاه مختصات بدنی (b): مرکز این دستگاه بر مرکز وسیله منطبق بوده و محور x_b آن به سمت محور طولی می‌باشد و محور z_b آن به سمت پایین می‌باشد. محور y_b طبق قانون دست راست مشخص می‌گردد. دستگاه مختصات ناوبری (n): مرکز این دستگاه بر مرکز وسیله منطبق بوده و محور x_n آن در راستای شمال، محور y_n در راستای شرق و محور z_n آن در راستای عمود محلی و به سمت پائین می‌باشد.

دستگاه مختصات اینرسی (i): محورهای این دستگاه به صورت متعامد و با شرایط انطباق بر روش دست راست تعریف گردیده و این دستگاه نسبت به فضای اینرسی ثابت می‌باشد. دستگاه مختصات ib_0 یک دستگاه اینرسی که در لحظه اول بر دستگاه بدنی منطبق شده تعریف می‌گردد.

دستگاه مختصات زمین (e): دستگاه مختصات چرخنده با زمین که محور z_e منطبق بر محور چرخش زمین و محورهای x_e و y_e آن روی صفحه شامل مدار استوا تعریف می‌گردد.

ض ۱-۳- اصول توجیه اولیه بر مبنای حرکت جاذبه

در این بخش، توضیحات کلی و همچنین یک رویکرد جدید در حرکت بردار جاذبه در چهار چوب اینرسی بیان می‌گردد. در ابتدا فرض می‌کنیم سامانه ناوبری روی زمین ساکن باشد. در این شرایط بسته به نحوه قرارگیری سنسورها نسبت به بردار جاذبه زمین و سرعت زاویه‌ای زمین، تصویری از شتاب جاذبه و سرعت زاویه‌ای زمین روی سنسورها ایجاد می‌گردد. به دلیل چرخش زمین به دور خودش، دستگاه بدنی نسبت به دستگاه اینرسی، دارای چرخش می‌باشد که در خروجی ژيروسکوپ‌ها، به دلیل اینکه سرعت زاویه‌ای بدنه نسبت به اینرسی را اندازه‌گیری می‌کنند، قابل مشاهده است. چرخش دستگاه بدنی نسبت به اینرسی از دید دستگاه اینرسی سبب می‌شود که بردار جاذبه که در دستگاه بدنی ثابت بود، دارای چرخش دیده شود. این چرخش به صورت یک مخروط می‌باشد. حال اگر به صورت پارامتری به تصویر بردار جاذبه در دستگاه اینرسی نگاه کنیم، یک مسیر دایروی را طی می‌کند. مطابق شکل ض ۱-۱ به دلیل ثابت بودن اندازه شتاب جاذبه در یک نقطه، این دایره همواره روی یک کره به شعاع اندازه بردار جاذبه قرار دارد و مرکز این دایره روی کره‌ای به مرکز صفر و شعاع $g_D \cos L$ قرار دارد (g_D اندازه شتاب جاذبه و L عرض جغرافیایی می‌باشد) همچنین شعاع این دایره ثابت و برابر اندازه $g_D \sin L$ می‌باشد. این نگاه جدید، کمک زیادی به حل مسئله می‌کند. به دلیل این که دایره در فضای سه بعدی، محل تقاطع کره و صفحه می‌باشد، دایره ناشی از حرکت جاذبه، روی یک صفحه قرار دارد. یعنی دایره مورد نظر ما محل تقاطع کره‌ای به شعاع اندازه بردار جاذبه و یک صفحه می‌باشد. دایره ناشی از حرکت بردار جاذبه، بر مبنای تعریف دستگاه‌های اینرسی و زمین و نحوه قرارگیری دستگاه بدنی نسبت به این دستگاه‌ها، می‌تواند هر دایره‌ای روی سطح کره باشد. بر مبنای کجایی تشکیل این دایره می‌توان به گونه‌ای ماتریس تبدیل بین دستگاه بدنی و سایر دستگاه‌ها را بدست آورد.



شکل ض ۱-۱- حرکت پارامتری بردار جاذبه در دستگاه اینرسی بر مبنای شرایط اولیه متفاوت

به دلیل اینکه مسئله ما استخراج این دایره در شرایط نويز و اغتشاش دریا می‌باشد، با استفاده از تعاریفی به دنبال یک ماتریس تبدیل ثابت بین دو تعریف از دستگاه اینرسی می‌گردیم که در ادامه توضیح داده می‌شود. در حالت کلی، ماتریس دوران از دستگاه بدنی به ناوبری را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$C_b^n = C_i^n C_{ib0}^i C_b^{ib0} \quad (\text{ض ۱-۱})$$

خروجی سنسورهای ژيروسکوپ، سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی نسبت به اینرسی را مشخص می‌کنند و با مشخص بودن ماتریس C_b^{ib0} در لحظه اولیه، با استفاده از خروجی ژيروسکوپ‌ها و حل معادله دیفرانسیل بردار دوران، در هر لحظه مقدار این ماتریس مشخص می‌باشد. همانطور که گفته شد، دستگاه $ib0$ یک دستگاه اینرسی است که در لحظه اول بر دستگاه بدنی منطبق می‌باشد:

$$C_b^{ib0}(0) = I_{3 \times 3} \quad (\text{ض ۲-۱})$$

ماتریس دوران C_i^n با توجه به سرعت زاویه‌ای زمین و عرض جغرافیایی مشخص می‌باشد.

$$C_i^n = C_e^n C_i^e \quad (\text{ض ۳-۱})$$

که در آن بر حسب تعریف دستگاه‌ها:

$$C_i^e = \begin{bmatrix} \cos \omega_{ie} t & \sin \omega_{ie} t & 0 \\ -\sin \omega_{ie} t & \cos \omega_{ie} t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{ض ۴-۱})$$

همچنین بر حسب تعریف دستگاه‌ها:

$$C_e^n = \begin{bmatrix} -\sin L & 0 & \cos L \\ 0 & 1 & 0 \\ -\cos L & 0 & -\sin L \end{bmatrix} \quad (\text{ض ۵-۱})$$

در نتیجه:

$$C_i^n = \begin{bmatrix} -\sin L \cos \omega_{ie} t & -\sin L \sin \omega_{ie} t & \cos L \\ -\sin \omega_{ie} t & \cos \omega_{ie} t & 0 \\ -\cos L \cos \omega_{ie} t & -\cos L \sin \omega_{ie} t & -\sin L \end{bmatrix} \quad (\text{ض } ۶-۱)$$

از سه ماتریسی که C_b^n را تشکیل می‌دهند، ماتریس C_{ib0}^i مجهول بوده و باید به طریقی مشخص گردد و دو ماتریس دیگر مشخص هستند. در تعاریف بالا فرض شده است که در لحظه اولیه، دستگاه مختصات زمین بر اینرسی منطبق و وسیله ما روی صفحه $x_e z_e$ قرار دارد. همچنین ω_{ie} سرعت زاویه‌ای زمین و L عرض جغرافیایی می‌باشد. بردار جاذبه در دستگاه اینرسی، به صورت زیر می‌باشد:

$$\mathbf{g}^i = C_n^i \mathbf{g}^n, \mathbf{g}^n = [0 \quad 0 \quad g_D]^T \quad (\text{ض } ۷-۱)$$

یعنی می‌توان جدای از مقادیر خروجی سنسورها و تنها با فرض شرایط اولیه و با گذشت زمان، حرکت دایروی جاذبه در دستگاه اینرسی را به صورت تئوری بدست آورد:

$$\mathbf{g}^i = C_n^i \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos L \cos \omega_{ie} t \\ -\cos L \sin \omega_{ie} t \\ -\sin L \end{bmatrix} g_D \quad (\text{ض } ۸-۱)$$

که در آن g_D مقدار اسکالر شتاب جاذبه می‌باشد. همچنین داریم:

$$\mathbf{g}^{ib0} = C_b^{ib0} \mathbf{g}^b \quad (\text{ض } ۹-۱)$$

که \mathbf{g}^b خروجی شتاب‌سنج‌ها در دستگاه بدنی می‌باشد که البته همراه با نویز و اغتشاش می‌باشد و ماتریس C_b^{ib0} نیز همانطور که گفته شد از روی خروجی ژيروسکوپ‌ها و شرایط اولیه تعریف شده، مشخص می‌باشد. با توجه به اینرسی بودن دستگاه $ib0$ حرکت بردار جاذبه در دستگاه $ib0$ نیز به صورت دایروی می‌باشد. البته این دستگاه در لحظه اولیه منطبق بر دستگاه بدنی است. طبق رابطه (ض ۸-۱) معادله پارامتری حرکت در دستگاه اینرسی به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{cases} g_x^i(t) = -g_D \cos L \cos \omega_{ie} t \\ g_y^i(t) = -g_D \cos L \sin \omega_{ie} t \\ g_z^i(t) = -g_D \sin L \end{cases} \quad (\text{ض } ۱۰-۱)$$

که g_D اندازه شتاب جاذبه می‌باشد. حال دو مسیر دایروی برای \mathbf{g}^i و \mathbf{g}^{ib0} داریم. اگر به طریقی ماتریس تبدیل بین این دو مسیر دایروی مشخص گردد آنگاه C_{ib0}^i مشخص و مسئله ما حل می‌گردد. در ادامه فصل، مسئله ما یافتن مقادیر دایره پارامتری \mathbf{g}^{ib0} به صورت زیر و سپس ماتریس دوران بین دو دایره پارامتری می‌باشد که این رابطه به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{cases} g_x^{ib0}(t) = A_1 \cos \omega_{ie} t + B_1 \sin \omega_{ie} t + C_1 \\ g_y^{ib0}(t) = A_2 \cos \omega_{ie} t + B_2 \sin \omega_{ie} t + C_2 \\ g_z^{ib0}(t) = A_3 \cos \omega_{ie} t + B_3 \sin \omega_{ie} t + C_3 \end{cases} \quad (\text{ض ۱-۱۱})$$

ض ۱-۴- برآزش دایروی

در این بخش به دنبال راه‌حلی برای یافتن پارامترهای معادله g^{ib0} از روی داده‌های سنسورها هستیم. نقاط g^{ib0} بر روی یک صفحه در فضای سه بعدی همراه با نویز و اغتشاش قرار دارند. به منظور حل مسئله، ابتدا معادله صفحه شامل نقاط را تخمین می‌زنیم. در ادامه نقاط را به یک صفحه افقی (دارای بردار نرمال در راستای Z_e) منتقل می‌کنیم، یعنی ماتریس دورانی برای این انتقال می‌یابیم. سپس با استفاده از روش حداقل مربعات خطای غیرخطی، پارامترهای معادله غیرخطی تخمین زده می‌شود که با کمی تغییر، پارامترهای مورد نظر ما ایجاد می‌گردد.

ض ۱-۴-۱ یافتن صفحه شامل نقاط

در حالت کلی داده‌های g^{ib0} روی یک صفحه در فضای سه بعدی قرار دارند. ابتدا صفحه شامل داده‌ها از طریق روش حداقل مربعات خطای خطی تخمین زده می‌شود. صفحه مورد نظر را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$Ax + By + Cz = 1 \quad (\text{ض ۱-۱۲})$$

و برای حل اگر تعداد داده‌ها m باشد:

$$[A \ B \ C] \begin{bmatrix} g_x^{ib0}(t_i) \\ g_y^{ib0}(t_i) \\ g_z^{ib0}(t_i) \end{bmatrix}_{3 \times m} = [1]_{1 \times m} \quad (\text{ض ۱-۱۳})$$

مقادیر $[A \ B \ C]$ بردار نرمال صفحه (N) را تشکیل می‌دهند.

ض ۱-۴-۲ انتقال صفحه شامل نقاط

بردار نرمال بدست آمده از بخش قبل باید به گونه‌ای چرخیده شود که تنها در راستای Z_e دارای مقدار غیر صفر گردد. به منظور انتقال صفحه شامل نقاط به یک صفحه افقی، باید تبدیلی بیابیم که بردار نرمال صفحه را به یک بردار عمودی تبدیل کند. برای این منظور از روش فاکتورگیری QR روی

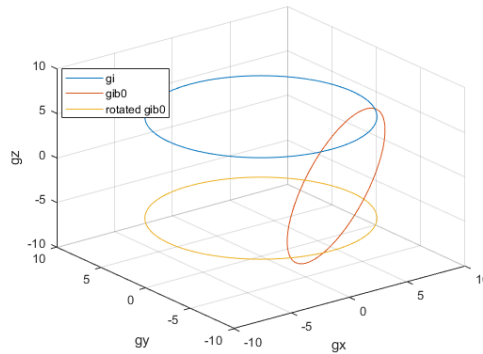
بردار نرمال N استفاده می‌کنیم. در این حالت بردار R برداری بالا مثلثی می‌شود (تنها آرایه اول از سه آرایه آن دارای مقدار غیر صفر خواهد بود) و ماتریس تبدیل Q یک ماتریس انتقال متعامد خواهد بود.

$$N_{3 \times 1} = Q_{3 \times 3} R_{3 \times 1} \quad (\text{ض ۱-۱۴})$$

حال با جابجایی ستون‌های ماتریس Q ماتریس تبدیل U ایجاد می‌گردد که بردار نرمال را به صورت عمودی انتقال می‌دهد.

$$U = \begin{bmatrix} Q_2 & Q_3 & Q_1 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{bmatrix}, UN = \text{vertical} \quad (\text{ض ۱-۱۵})$$

به دلیل عمودی شدن بردار نرمال با تبدیل U ، اگر تمام داده‌های g^{ib0} را در این ماتریس ضرب کنیم، به صفحه‌ای موازی صفحه $x_e y_e$ منتقل می‌گردند.



شکل ض ۱-۲- دوایر g^i ، g^{ib0} و g^{ib0} انتقال داده شده

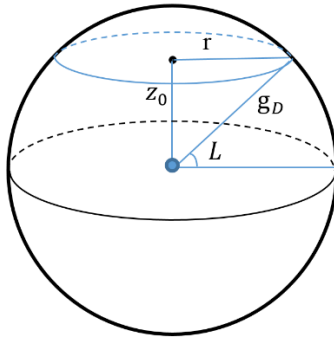
ض ۱-۴-۳- تخمین معادله پارامتری دایره

معادله پارامتری دایره مورد نظر ما در صفحه، به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$x = x_0 + r \cos(\omega_{ie} t + \varphi_0) \quad (\text{ض ۱-۱۶})$$

$$y = y_0 + r \sin(\omega_{ie} t + \varphi_0)$$

وجود فاز اولیه در معادله، به این دلیل است که می‌خواهیم نقاط را یک به یک و بر حسب زمان تخمین بزنیم و ممکن است نقاط ما دارای چرخش باشند. با توجه به صفر بودن مقادیر x_0 و y_0 و مشخص بودن مقدار شعاع، در این معادله به دنبال یافتن مقادیر اختلاف فاز دایره پارامتری هستیم.



شکل ض ۱-۳- حرکت پارامتری جاذبه در دستگاه اینرسی

شعاع دایره به توجه به ثابت بودن اندازه بردار جاذبه، مشخص و به صورت زیر می‌باشد:

$$z_0 = -g_D \sin L \quad (\text{ض ۱-۱۷})$$

$$r = \sqrt{g_D^2 - z_0^2} = |g_D \cos L|$$

می‌خواهیم مسئله حداقل مربعات غیرخطی را با استفاده از روش گوس نیوتن حل کنیم. با فرض:

$$f_{1i} = x_{i1} - x(\varphi_0) \quad (\text{ض ۱-۱۸})$$

$$f_{2i} = x_{i2} - y(\varphi_0)$$

و

$$f = \begin{bmatrix} f_{11} \\ \vdots \\ f_{1m} \\ f_{21} \\ \vdots \\ f_{2m} \end{bmatrix}_{2m \times 1} \quad (\text{ض ۱-۱۹})$$

فاصله d_i از نقطه $p_i(x_{i1}, x_{i2})$ به صورت زیر است:

$$d_i^2 = [(f_{1i})^2 + (f_{2i})^2] \quad (\text{ض ۱-۲۰})$$

حال می‌خواهیم φ_0 را با حداقل کردن رابطه زیر بیابیم:

$$\sum_{i=1}^m d_i^2 = \min \quad (\text{ض ۱-۲۱})$$

ماتریس ژاکوبین را به صورت زیر تشکیل می‌دهیم:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f1_1}{\partial \varphi_0} \\ \vdots \\ \frac{\partial f1_m}{\partial \varphi_0} \\ \frac{\partial f2_1}{\partial \varphi_0} \\ \vdots \\ \frac{\partial f2_m}{\partial \varphi_0} \end{bmatrix}_{2m \times 1} \quad (\text{ض ۱-۲۲})$$

حال با استفاده از روش گوس نیوتن داریم:

$$\varphi_{0k} = \varphi_{0k-1} - h(J_{k-1}^T J_{k-1})^{-1} J_{k-1}^T f_{k-1} \quad (\text{ض ۱-۲۳})$$

که در آن h پارامتر گام می‌باشد و با استفاده از روش بازگشتی، مقادیر بدست می‌آیند. برای مقدار اولیه φ_0 می‌توان برای چند ثانیه از مقادیر x_i و y_i میانگین گرفت و سپس رابطه زیر را مورد استفاده قرار داد:

$$x_{im} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i}{m} \quad . \quad y_{im} = \frac{\sum_{i=1}^m y_i}{m} \quad (\text{ض ۱-۲۴})$$

$$\varphi_{00} = \tan^{-1}(y_{im} \cdot x_{im})$$

در صورتی که تعداد نقاط مورد استفاده در توجیه اولیه کم باشد (کمتر از پنج دقیقه) همان مقدار اولیه محاسبه شده برای φ_0 کفایت می‌کند و روش گوس نیوتن معمولاً دقت بهتری ایجاد نمی‌کند.

حال تمام پارامترها در رابطه زیر مشخص است:

$$\begin{aligned} x_i &= x_0 + r \cos(\omega t_i + \varphi_0) \\ y_i &= y_0 + r \sin(\omega t_i + \varphi_0) \end{aligned} \quad (\text{ض ۱-۲۵})$$

و با استفاده از روابط مثلثاتی:

$$\begin{aligned} x_i &= x_0 + r \cos \omega t_i \cos \varphi_0 - r \sin \omega t_i \sin \varphi_0 \\ y_i &= y_0 + r \sin \omega t_i \cos \varphi_0 + r \cos \omega t_i \sin \varphi_0 \end{aligned} \quad (\text{ض ۱-۲۶})$$

و معادله پارامتری دایره در صفحه مشخص می‌گردد. این معادله، با استفاده از معکوس ماتریس

تبدیل بخش ض ۱-۴-۲ به صفحه اصلی منتقل می‌گردد:

$$g^{ib0} = U^T \begin{bmatrix} x_0 + r \cos \omega t_i \cos \varphi_0 - r \sin \omega t_i \sin \varphi_0 \\ y_0 + r \sin \omega t_i \cos \varphi_0 + r \cos \omega t_i \sin \varphi_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (\text{ض ۱-۲۷})$$

و رابطه پارامتری مورد نظر بدست می‌آید.

ض ۱-۵- استخراج ماتریس کسینوس هادی

معادله پارامتری g^i را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$g^i = \underbrace{\begin{bmatrix} -g_D \cos L & 0 & 0 \\ 0 & -g_D \cos L & 0 \\ 0 & 0 & -g_D \sin L \end{bmatrix}}_{C_{gi}} \begin{bmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{ض ۱-۲۸})$$

همچنین برای معادله پارامتری g^{ib0} داریم:

$$g^{ib0} = U^T \underbrace{\begin{bmatrix} r \cos \varphi_0 & -r \sin \varphi_0 & x_0 \\ r \sin \varphi_0 & r \cos \varphi_0 & y_0 \\ 0 & 0 & z_0 \end{bmatrix}}_{C_{gib0}} \begin{bmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{ض ۱-۲۹})$$

و داریم:

$$g^{ib0} = C_i^{ib0} g^i \quad (\text{ض ۱-۳۰})$$

با جایگزاری داریم:

$$C_{gib0} \begin{bmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \\ 1 \end{bmatrix} = C_i^{ib0} C_{gi} \begin{bmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{ض ۱-۳۱})$$

در نتیجه:

$$C_{gib0} = C_i^{ib0} C_{gi} \quad (\text{ض ۱-۳۲})$$

و در نهایت:

$$C_i^{ib0} = C_{gib0} C_{gi}^{-1} \quad (\text{ض ۱-۳۳})$$

ماتریس کسینوس هادی مجهول بخش ض ۱-۳ بدست آمد. حال می‌توان ماتریس تبدیل بدنه به

ناوبری در لحظه اول را نیز به صورت زیر بدست آورد:

$$C_b^n(0) = C_i^n(0) C_{ib0}^i C_b^{ib0}(0) \quad (\text{ض ۱-۳۴})$$

و داریم:

$$C_b^{ib0}(0) = I$$

$$C_i^n(0) = C_e^n = \begin{bmatrix} -\sin L & 0 & \cos L \\ 0 & 1 & 0 \\ -\cos L & 0 & -\sin L \end{bmatrix} \quad (\text{ض ۱-۳۵})$$

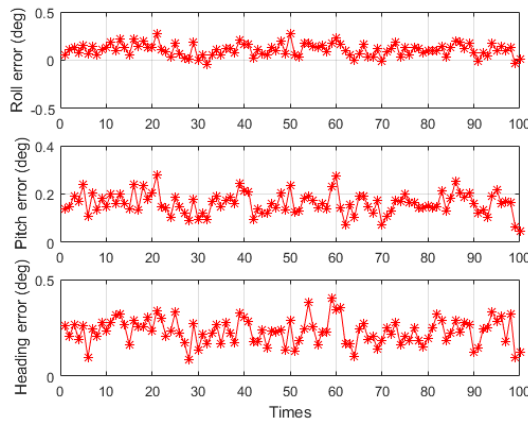
و در نتیجه:

$$C_b^n(0) = \begin{bmatrix} -\sin L & 0 & \cos L \\ 0 & 1 & 0 \\ -\cos L & 0 & -\sin L \end{bmatrix} C_i^{ib0T} \quad (\text{ض ۱-۳۶})$$

با مشخص شدن این ماتریس زوایای اوپلر اولیه نیز مشخص می‌گردند.

ض ۱-۶- شبیه سازی

به منظور بررسی الگوریتم پیشنهادی، سامانه اندازه‌گیری اینرسی روی میز تست نصب گردیده و برای مدت دوپست ثانیه و برای صد بار در حالت سکون و پانزده بار حرکت زاویه‌ای میز با سرعت زاویه‌ای ده درجه بر ثانیه در دو محور، داده‌های سنسورها ذخیره گردید. بر مبنای اجرای الگوریتم برای صد بار در تست سکون، نتایج خطای زوایای اولیه محاسبه شده مطابق شکل ض ۱-۴ می‌باشد.



شکل ض ۱-۴- خطای زوایای اولیه در ۱۰۰ بار اجرای تست سکون بر مبنای الگوریتم برازش دایروی

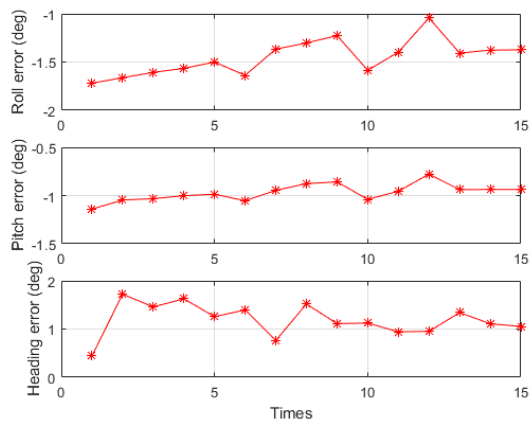
داده‌های آماری تست سکون در جدول ض ۱-۱ آمده است.

جدول ض ۱-۱- داده‌های آماری خطای زوایای اولیه در صد بار اجرای تست سکون

Error Angle	Mean (degree)	STD (degree)	Max (degree)	Min (degree)
Roll	0.1072	0.0652	0.2796	-0.040
Pitch	0.1613	0.0447	0.2784	0.0467
Heading	0.2309	0.0666	0.4059	0.0832

بر مبنای اجرای الگوریتم برای پانزده بار با داده‌های تست حرکت زاویه‌ای میز، نتایج خطای زوایای

اولیه محاسبه شده به صورت شکل ض ۱-۵ می‌باشد.



شکل ض ۱-۵- خطای زوایای اولیه در ۱۵ بار اجرای تست حرکت زاویه ای بر مبنای الگوریتم برازش دایروی

داده‌های آماری تست حرکت زاویه‌ای میز در جدول ض ۱-۲ آمده است.

جدول ض ۱-۲- داده های آماری خطای زوایای اولیه در ۱۵ بار اجرای تست حرکت زاویه ای

Error Angle	Mean (degree)	STD (degree)	Max (degree)	Min (degree)
Roll	-1.451	0.184	-1.043	-1.719
Pitch	-0.968	0.0903	-0.777	-1.141
Heading	1.1881	0.3407	1.7242	0.4418

بر مبنای بررسی نتایج، مشخص گردید نتایج در تست‌های سکون و حرکت زاویه‌ای تقریباً شبیه

روش وهبا بوده و تفاوت چندانی با آن ندارد.

ض ۱-۷- جمع بندی

در این فصل راه‌حلی برای توجیه اولیه سامانه‌های ناوبری اینرسی در دریا پیشنهاد گردید. در روش پیشنهادی از دریافت جاذبه در دستگاه اینرسی استفاده گردیده و از برازش دایروی برای یافتن ماتریس کسینوس هادی بین دستگاه ناوبری و بدنی استفاده می‌شود. وجه تمایز روش پیشنهادی نسبت به سایر روش‌ها این است که مستقیماً از روی زاویه بین دواپر پارامتری مربوط به دریافت جاذبه، محاسبات مربوط به توجیه اولیه انجام می‌گیرد. در روش‌های معمول از مشتق داده‌ها استفاده می‌گردد که دارای مشکلات زیادی است اما در روش پیشنهادی نیازی به این کار نمی‌باشد. با توجه به نتایج شبیه‌سازی، الگوریتم

پیشنهادی عملکردی در حد سایر روش‌های توجیه اولیه غیردقیق دارد و برای شرایطی که فیلترهای خطی برای توجیه اولیه دقیق مدنظر قرار می‌گیرد قابل استفاده است.

ضمیمه ۲: مشخصات سامانه اندازه گیری اینرسی مورد استفاده

جدول ض ۱-۲- پارامترهای مدل سامانه اندازه گیری اینرسی

Parameters values for accelerometers error model	
Fixed bias	100 μg
Velocity random walk	0.05 $\text{m/s}/\sqrt{\text{h}}$
Scale factor error	50 ppm
Input axis misalignment	10 arc sec
Parameters values for gyroscopes error model	
Fixed drift	0.01 deg/hr
Angular random walk (ARW)	0.01 $\text{deg}/\sqrt{\text{h}}$
Scale factor error	20 ppm
Input axis misalignment	7 arc sec

ضمیمه ۳: مدل تلاطم دریا

به منظور شبیه‌سازی الگوریتم‌های طراحی شده، نیاز به مدلی از تلاطم دریا می‌باشد. در مراجع مختلف، مدل‌های متفاوتی برای این منظور پیشنهاد گردیده‌است. در این ضمیمه مدل‌های ارائه شده در برخی مراجع بیان و مدلی برای استفاده در این پژوهش انتخاب می‌گردد.

در مرجع [۲] فرض شده‌است که کشتی در لنگرگاه بوده و زوایای سمت، فراز و غلت آن به صورت

زیر تغییر می‌کنند:

$$\begin{aligned}\psi &= 30^\circ + 5^\circ \cos\left(\frac{2\pi}{7}t + \frac{\pi}{3}\right) \\ \theta &= 7^\circ \cos\left(\frac{2\pi}{5}t + \frac{\pi}{4}\right) \\ \varphi &= 10^\circ \cos\left(\frac{2\pi}{6}t + \frac{\pi}{7}\right)\end{aligned}\quad (\text{ض ۱-۳})$$

که در آن ψ زاویه سمت، θ زاویه فراز و φ زاویه غلت می‌باشد. همچنین سرعت‌های نوسانی آن به

صورت زیر تغییر می‌کند.

$$V_{D_i} = A_{D_i} + \omega_{D_i} \cos(\omega_{D_i}t + \varphi_{D_i}) \quad (\text{ض ۲-۳})$$

که در آن $\omega_{D_i} = 2\pi/T_{D_i}$ ، $A_{D_z} = 0.3m$ ، $A_{D_y} = 0.03m$ ، $A_{D_x} = 0.02m$ ، $i = x, y, z$ ، $T_{D_z} = 8s$ ، $T_{D_y} = 6s$ ، $T_{D_x} = 7s$ و φ_{D_i} یک توزیع نرمال در بازه $[0 \quad 2\pi]$ در نظر گرفته می‌شود. سرعت‌های نوسانی ناشی از ارتعاشات فرکانس بالا نیز به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$V_{DH_i} = \frac{A_{DH_i}}{2\pi f_{DH_i}} + \cos(2\pi f_{DH_i}t + \varphi_{DH_i}) \quad (\text{ض ۳-۳})$$

که در آن $f_{DH_x} = 300\text{Hz}$ ، $A_{DH_z} = 4.0g$ ، $A_{DH_y} = 3.8g$ ، $A_{DH_x} = 4.2g$ ، $i = x, y, z$ ، $f_{DH_z} = 400\text{Hz}$ ، $f_{DH_y} = 250\text{Hz}$ و φ_{DH_i} یک توزیع نرمال در بازه $[0 \quad 2\pi]$ در نظر گرفته می‌شود. در مرجع [۱۰] فرض شده‌است که کشتی در لنگرگاه بوده و زوایای سمت، فراز و غلت آن به

صورت زیر تغییر می‌کنند:

$$\begin{aligned}\psi &= 10^\circ \cos\left(\frac{2\pi}{6}t\right) + rand \\ \theta &= 6^\circ \cos\left(\frac{2\pi}{8}t\right) + rand \\ \phi &= 12^\circ \cos\left(\frac{2\pi}{10}t\right) + rand\end{aligned}\quad (\text{ض ۴-۳})$$

که در آن ψ زاویه سمت، θ زاویه فراز و φ زاویه غلت می‌باشد. همچنین سرعت‌های نوسانی آن به

صورت زیر تغییر می‌کند:

$$V_i = A_i + \frac{2\pi}{T_i} \cos\left(\frac{2\pi}{T_i} t + \varphi_i\right) + rand \quad (\text{ض ۳-۵})$$

که در آن $i = x, y, z$ به معنی شرق، شمال و جهت بالا در چهارچوب ناوبری می‌باشد و $T_z = 8s$ ، $T_y = 6s$ ، $T_x = 7s$ ، $A_z = 0.35m$ ، $A_y = 0.02m$ ، $A_x = 0.02m$ و φ_i یک توزیع نرمال در بازه $[0 \quad 2\pi]$ در نظر گرفته می‌شود. مرجع [۵۰] نیز مدلی تقریباً مشابه مرجع [۱۰] ارائه داده‌است. به دلیل معتبر بودن و کامل بودن شبیه‌سازی در مرجع [۲]، مدل این مرجع در این پژوهش، برای شبیه‌سازی‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد.

ضمیمه ۴: لیست مقالات

مقالات چاپ شده:

- 1) Rahimi H, Nikkhah AA. Improving the speed of initial alignment for marine strapdown inertial navigation systems using heading control signal feedback in extended Kalman filter. *International Journal of Advanced Robotic Systems*. 2020 Jan 29;17(1):1729881419894849. (**SAGE**).
- 2) Rahimi H, Nikkhah AA, Hooshmandi K. A fast alignment of marine strapdown inertial navigation system based on adaptive unscented Kalman Filter. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*. 2020 Jun 29:0142331220934293. (**SAGE**).
- 3) Rahimi H, Nikkhah AA. Improving the calibration process of inertial measurement unit for marine applications. *Journal of the Institute of Navigation* 67_4 2020; <https://doi.org/10.1002/navi.400> (**ION**)
- 4) Rahimi H, Nikkhah AA. Coarse Alignment of Marine SINS Using the Location of Fitted Parametric Circle of Gravity Movement. *The Journal of Navigation* (**JON**).

Abstract:

In this thesis, the issue of designing and developing a general initial alignment algorithm for Strapdown Inertial Navigation System (SINS) applications with respect to marine environmental conditions is addressed. Despite the fact that the issue of Marine SINS Initial alignment has been studied in various articles and several methods have been proposed, but the existence of a general, reliable solution that can be implemented and operationalized and meet all existing constraints and different environmental conditions of the sea has always been associated with serious challenges. In the present study, marine SINS initial alignment has been considered for different environmental conditions based on minimizing alignment time and error. Due to the continuous excitation of the sensors in sea conditions and also in order to make the most accuracy of the sensors, the calibration problem was first considered and a calibration process independent of the turn table accuracy was proposed for marine navigation applications. Then, a method for coarse alignment of marine SINS based on fitting the gravitational acceleration circle in the inertial frame was presented. In the proposed method, the coarse alignment of SINS is performed directly from the parametric equation of circles. In the fine alignment of marine SINS, in order to increase the convergence speed, the velocity control signal feedback method was developed based on the traditional gyro compassing methods for use in the Kalman filter. In order to improve the performance in different sea conditions in nonlinear stochastic filters, an unscent Kalman filter with adjust the coefficients was proposed for the application of marine Sins fine alignment based on inertial sensors. In the proposed method, due to adjust the coefficients of the filter, based on sea conditions, the performance of the filter has improved compared to the usual methods in different sea conditions. In order to increase the convergence speed, a method based on repeated use of data was proposed. The proposed method provides a good improvement in convergence speed, but is difficult to implement due to the large amount of data required for storage. Finally, Based on the experiences gained during this research, the method of constraint nonlinear marine SINS alignment based on nonlinear development of navigation error equations was presented. The proposed method has good accuracy and speed of convergence and is not dependent on different sea conditions. It also does not require storage space and a large amount of computing.

KeyWords: Inertial Navigation, Marine Gyro Compass, Navigation Error Model, Initial Alignment, Nonlinear Filter.



K. N. Toosi University of Technology
Aerospace Department

PhD Thesis in Flight Dynamic and Control

**Development of marine gyrocompassing algorithm
for
strapdown inertial navigation systems
using nonlinear approach**

Under supervision of:
Dr. AmirAli NikKhah

By:
Hossein Rahimi

September 2020